פתרון תרגיל

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות טריגונומטריות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 214, ת. 34

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

מצא את **שיעורי ה-x** של נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות (רשום **פתרון כללי** בעזרת K):

34) $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x$

$y = \frac{1}{\mathrm{tg}\,x} + 2x$ (34

פתרון

נדרוש $y'(x) = 0$:

$$y'(x) = -\frac{1}{tg^2x} \cdot \frac{1}{cos^2x} + 2 = -\frac{cos^2x}{sin^2x} \cdot \frac{1}{cos^2x} + 2$$

$$= -\frac{1}{sin^2x} + 2 = 0$$

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x \quad (34$$

פתרון

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

34) $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x$

פתרון

אפשרות (1):

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\boldsymbol{x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k} \qquad \boldsymbol{x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k}$$

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x \quad (34$$

פתרון

אפשרות (2):

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \qquad\qquad x = \frac{5}{4}\pi + 2\pi k$$

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x \quad (34$$

פתרון

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות סימן הנגזרת השנייה $y''(x)$

$$y''(x) = \left(-\frac{1}{sin^2 x} + 2\right)' = \frac{1}{sin^4 x} \cdot 2\, sin\, x\, cos\, x = \frac{sin\, 2x}{sin^4 x}$$

המכנה חיובי לכל x מוגדר ולכן סימן הנגזרת השנייה יקבע עפ״י המונה

34) $y=\frac{1}{tg\,x}+2x$

פתרון

$sin\,2x:$

$x=\frac{\pi}{4}+2\pi k:$ $\qquad sin\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right)>0$

עבור $x=\frac{\pi}{4}+2\pi k$ יתקבלו נקודות מינימום

34) $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x$

פתרון

$sin\,2x:$

$x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k:$ $\qquad sin\left(2 \cdot \frac{3}{4}\pi\right) < 0$

עבור $x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$ יתקבלו נקודות מקסימום

$y = \frac{1}{\mathrm{tg}\,x} + 2x$ (34

פתרון

$sin\,2x:$

$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k:$ $\quad sin\left(2 \cdot -\frac{\pi}{4}\right) < 0$

עבור $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ יתקבלו נקודות מקסימום

$y = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + 2x$ (34

פתרון

$sin\ 2x$:

$x = \frac{5}{4}\pi + 2\pi k$:

$$sin\left(2 \cdot \frac{5}{4}\pi\right) > 0$$

עבור $x = \frac{5}{4}\pi + 2\pi k$ יתקבלו נקודות מינימום

בהצלחה