

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון פנימיות -  
פונקציות טריגונומטריות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 213, דוגמה

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial \mathbf{p}^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial \mathbf{q}^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# תרגיל לדוגמה

נביא עכשיו דוגמא למציאת נקודות קיצון פנימיות של פונקציה, הכוללת פונקציה טריגונומטרית שמוגדרת בקטע סגור. בהמשך נדון בנקודות קיצון בקצוות.

**דוגמא:**

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה

$$f(x) = \sin 2x + x \quad \text{בתחום} \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס:

$$f'(x) = 2 \cos 2x + 1 = 0$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2}{3}\pi$$

$$2x_1 = \frac{2}{3}\pi + 2\pi K$$

$$2x_2 = -\frac{2}{3}\pi + 2\pi K$$

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

$$2x_2 = -\frac{2}{3}\pi + 2\pi K$$

$$2x_1 = \frac{2}{3}\pi + 2\pi K$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{3} + \pi K$$

$$x_1 = \frac{\pi}{3} + \pi K$$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  נמצאים הפתרונות  $x = \frac{\pi}{3}$  ו- $x = \frac{2}{3}\pi$ .

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות סימן הנגזרת השנייה  $f''(x)$

$$f''(x) = -4 \sin 2x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin \frac{2}{3}\pi = -4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3} = -3.46 < 0$$

נציב  $x = \frac{\pi}{3}$  ונקבל:  
כלומר מקסימום.

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

נחשב את ערכי הפונקציה:  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} = 1.91$

מקסימום  $\left(\frac{\pi}{3}, 1.91\right)$

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

$$f''(x) = -4 \sin 2x$$

$$x = \frac{2}{3}\pi \quad \text{נציב}$$

$$f''\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -4 \sin \frac{4}{3}\pi = -4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\sqrt{3} = 3.46 > 0 \quad \text{ונקבל:}$$

כלומר מינימום.

# תרגיל לדוגמה

דוגמא:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x) = \sin 2x + x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

$$f\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \sin \frac{4}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{3}\pi = 1.23$$

מינימום.  $\left(\frac{2}{3}\pi, 1.23\right)$



# בהצלחה