פתרון תרגיל

נקודות פיתול, קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 169, ת. 9

השאלה

מצא לגבי הפונקציות הבאות את:

א) נקודות הקיצון. **ב)** נקודות הפיתול.

9) $y = 3x^5+5x^3-30x$

$y = 3x^5+5x^3-30x$ **א)** נקודות הקיצון.

פתרון

תחום הגדרה: כל x

נדרוש: $y'(x) = 0$

$$y'(x) = 15x^4 + 15x^2 - 30 = 0$$

$$x^4 + x^2 - 2 = 0$$

$$(x^2 + 2)(x^2 - 1) = 0$$

$y = 3x^5+5x^3-30x$ **א)** נקודות הקיצון.

פתרון

נדרוש: $y'(x) = 0$

$(x^2 + 2)(x^2 - 1) = 0$

$x^2 = 1$

$\cancel{x^2 = -2}$

$x = \pm 1$

פסוק שקר

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות סימן הנגזרת השנייה $y''(x)$

$y = 3x^5+5x^3-30x$ **א)** נקודות הקיצון.

פתרון

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות סימן הנגזרת השנייה $y''(x)$

$$y''(x) = (15x^4 + 15x^2 - 30)' = 60x^3 + 30x$$

$$x = 1 \qquad y''(1) = 60 \cdot 1^3 + 30 \cdot 1 > 0$$

עבור $x = 1$ לפונקציה נקודת מינימום

$$y(1) = 3 + 5 - 30 = -22$$

$(1, -22)$ נקודת מינימום

$y = 3x^5+5x^3-30x$ **א)** נקודות הקיצון.

פתרון

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות סימן הנגזרת השנייה $y''(x)$

$$y''(x) = (15x^4 + 15x^2 - 30)' = 60x^3 + 30x$$

$$x = -1 \qquad y''(1) = 60 \cdot (-1)^3 + 30 \cdot (-1) < 0$$

עבור $x = -1$ לפונקציה נקודת מקסימום

$$y(-1) = -3 - 5 + 30 = 22$$

$(-1,22)$ נקודת מקסימום

$y = 3x^5 + 5x^3 - 30x$ ב) נקודות הפיתול.

פתרון

נדרוש: $y''(x) = 0$

$$y''(x) = 60x^3 + 30x = 0$$

$$30x(2x^2 + 1) = 0$$

$$x = 0 \qquad \cancel{x^2 = -\frac{1}{2}}$$

פסוק שקר

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות ערך הנגזרת השלישית $y'''(x)$

ב) נקודות הפיתול. $y = 3x^5+5x^3-30x$

פתרון

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות ערך הנגזרת השלישית $y'''(x)$

$$y'''(x) = (60x^3+30x)' = 180x^2+30$$

$$x=0 \qquad y'''(0) = 30 \neq 0$$

עבור $x=0$ לפונקציה נקודת פיתול

$$y(0)=0$$

$(0,0)$ נקודת פיתול

בהצלחה