הקנייה

נקודות פיתול, קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה – פולינומים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 164–165

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

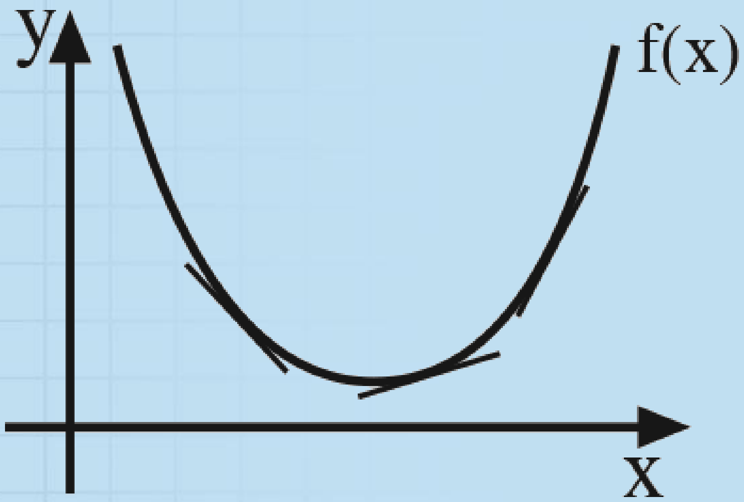
הקנייה

תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה

משפט:

נתונה פונקציה $f(x)$ שיש לה נגזרת שנייה בנקודה x_1.
א) אם $f''(x_1) > 0$ אז הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ בנקודה x_1.
ב) אם $f''(x_1) < 0$ אז הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ בנקודה x_1.

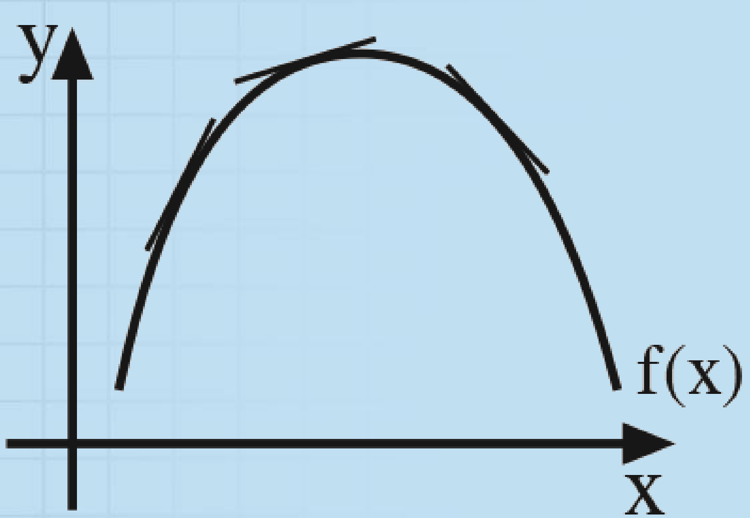
הקנייה



קעורה כלפי מעלה ∪

נניח שמתקיים $f''(x) > 0$, במקרה כזה הפונקציה הנגזרת $f'(x)$, היא פונקציה **עולה**. (ראה את המשפט בעמ' 14). כזכור, ערך הנגזרת בנקודה הוא שיפוע המשיק בנקודה. כלומר, שיפועי המשיקים **הולכים וגדלים** כאשר מתקדמים על גרף הפונקציה משמאל לימין. מבחינה גרפית רואים שהפונקציה קעורה כלפי **מעלה** ∪.

הקנייה



קעורה כלפי מטה ∩

באופן דומה, אם מתקיים $f''(x) < 0$ אז הפונקציה הנגזרת $f'(x)$, היא פונקציה **יורדת**. לכן שיפועי המשיקים **הולכים וקטנים** כאשר מתקדמים על גרף הפונקציה משמאל לימין. מבחינה גרפית רואים שהפונקציה קעורה כלפי **מטה** ∩.

הערה:

גם אם מתקיים $f''(x_1) = 0$ הפונקציה יכולה להיות **קעורה** כלפי מעלה או כלפי מטה

הקנייה

הקשר בין תחומי הקעירות של $f(x)$ לתחומי העלייה והירידה של $f'(x)$

תחום הקעירות כלפי מעלה $\cup$ של הפונקציה $f(x)$ זהה לתחום העלייה של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$. תחום הקעירות כלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$ זהה לתחום הירידה של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$.

ההסבר: אם $f''(x_1) > 0$ אז הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$ בנקודה x_1 אבל זהו בדיוק התנאי שהפונקציה $f'(x)$ עולה בנקודה x_1. באופן דומה, אם $f''(x_1) < 0$ אז הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ בנקודה x_1 אבל זהו בדיוק התנאי שהפונקציה $f'(x)$ יורדת בנקודה x_1.

בהצלחה