

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

תרגיל לדוגמה

חקירת פונקציה - פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 143-145, דוגמה

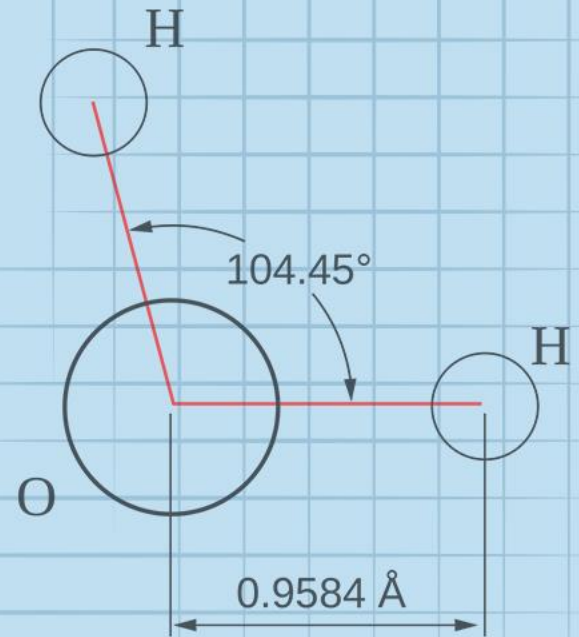
המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



תרגיל לדוגמה

דוגמא:

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

א. תחום ההגדרה – הביטוי \sqrt{x} שמופיע בפונקציה מוגדר רק עבור $x \geq 0$.
אם $x = 0$ אז המכנה $x + \sqrt{x}$ שווה ל-0 וזה לא ייתכן. לכן תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x > 0$.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0

$$f'(x) = \frac{3(x+\sqrt{x}) - (3x+1)\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+\sqrt{x})^2} = 0$$

$$3x + 3\sqrt{x} - 3x - \frac{3\sqrt{x}}{2} - 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0

$$\frac{3\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = 0 \quad / \cdot 2\sqrt{x} \neq 0$$

$$3x - 2\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = t \quad \text{נסמן}$$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0.

$$3t^2 - 2t - 1 = 0$$

$$t_2 = -\frac{1}{3}, t_1 = 1$$

~~$$\sqrt{x} = -\frac{1}{3}$$~~

$$\sqrt{x} = 1$$

פסוק שקר

$$x = 1$$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

$$x = 1$$

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה $f''(x)$

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי, ולכן סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הנגזרת של המונה:

$$(3x - 2\sqrt{x} - 1)' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

$$(3x - 2\sqrt{x} - 1)' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x = 1 \quad 3 - \frac{1}{\sqrt{1}} > 0$$

עבור $x = 1$ נקודת מינימום

$$\frac{3 \cdot 1 + 1}{1 + \sqrt{1}} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{שיעור ה-} y \text{ הוא}$$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ב. נקודת הקיצון

נקודת הקיצון של הפונקציה היא: $(1, 2)$ מינימום.

הערה: אין לפונקציה נקודות קיצון בקצה תחום ההגדרה כי היא מוגדרת עבור $x > 0$.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ג. תחומי העלייה והירידה

עד נקודת המינימום, $x = 1$, הפונקציה יורדת ולאחריה היא עולה.
נשלב גם את תחום ההגדרה של הפונקציה $0 < x$

הפונקציה עולה עבור $x > 1$ ויורדת עבור $0 < x < 1$.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ד. האסימפטוטות המאונכות לצירים –

אסימפטוטה אנכית: המכנה שווה ל-0 רק כאשר $x = 0$. המונה לא שווה ל-0 כאשר $x = 0$ ולכן הישר $x = 0$ (ציר ה-y) הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ד. האסימפטוטות המאונכות לצירים –

אסימפטוטה אופקית:

אם נחלק את המונה והמכנה בחזקה הגבוהה ביותר, שהיא x

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$

ד. האסימפטוטות המאונכות לצירים –

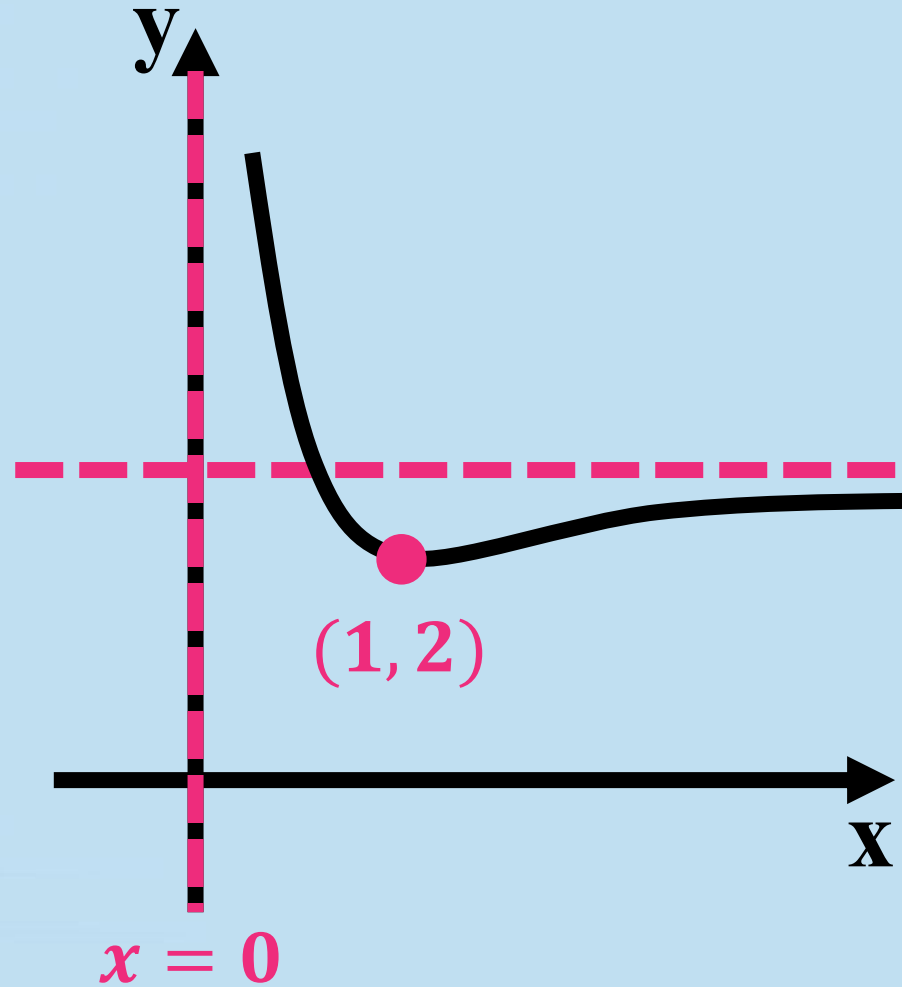
אסימפטוטה אופקית:

$$f(x) = \frac{\frac{3x}{x} + \frac{1}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x}} = \frac{3 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

אם $x \rightarrow +\infty$ נקבל שהפונקציה שואפת ל-3 ולכן אסימפטוטה אופקית של הפונקציה היא הישר $y = 3$.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}}$$



ה. התיאור הגרפי

תרגיל לדוגמה

ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת.

תחום ההגדרה של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$ הוא כמו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, כלומר $x > 0$.

$$f'(x) = \frac{3x - 2\sqrt{x} - 1}{(x + \sqrt{x})^2}$$

האסימפטוטות האנכיות לצירים של הפונקציה $f'(x)$ הן $x = 0$ ו- $y = 0$.

תרגיל לדוגמה

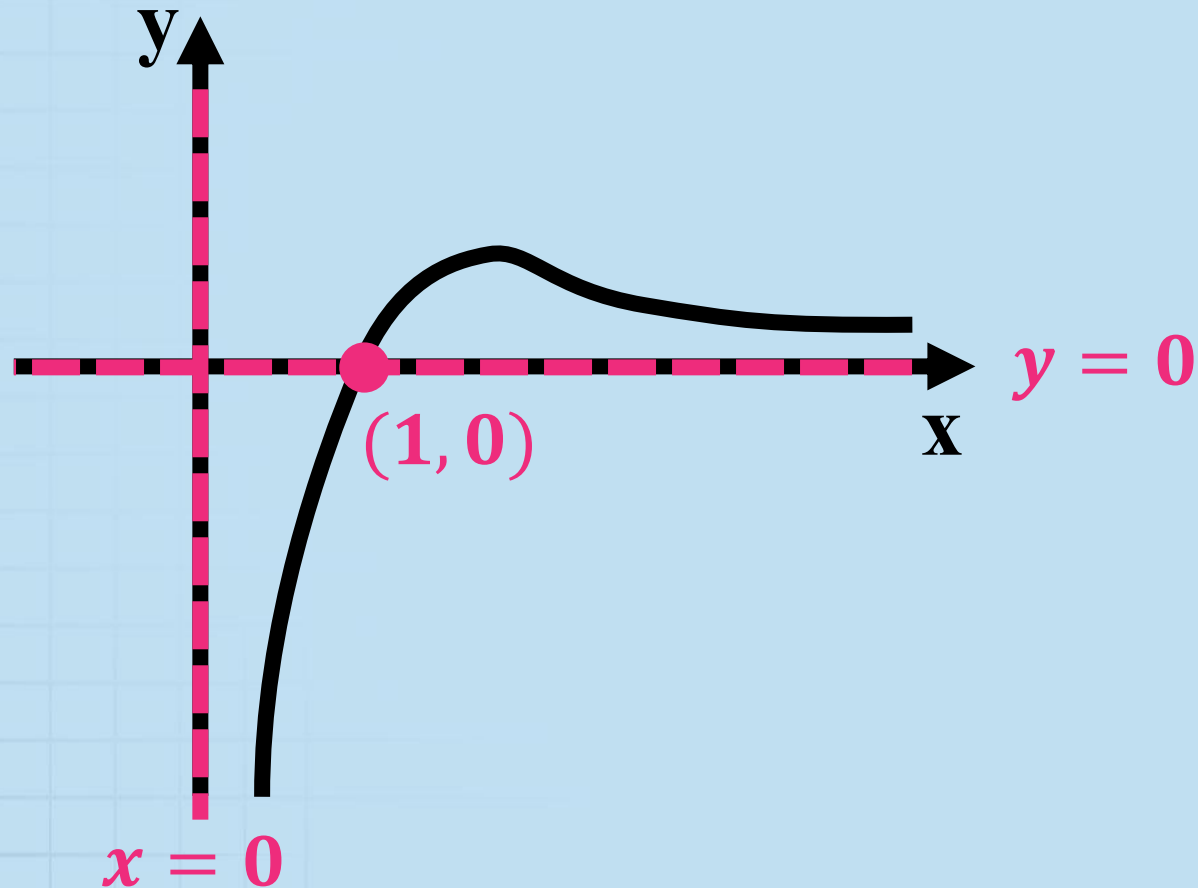
ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת.

עפ"י נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ותחומי העלייה והירידה שלה

נקבל שהפונקציה $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $(1, 0)$, היא שלילית בתחום $0 < x < 1$ וחיובית בתחום $x > 1$. הגרף של $f'(x)$ מופיע בציור משמאל. בנקודת הפיתול היחידה של הפונקציה $f(x)$ יש לפונקציה $f'(x)$ נקודת קיצון (מקסימום) וזאת נקודת הקיצון היחידה שלה.

תרגיל לדוגמה

ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$.
אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת.



בהצלחה