פתרון תרגיל

עלייה וירידה – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 138, ת. 26

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

השאלה

26) נתון שהפונקציה $y = \frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x = 4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

א. מצא באיזה תחום נמצא a.

ב. האם ייתכן שיש לפונקציה נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3\frac{1}{2}$? נמק.

נתון שהפונקציה $y = \frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x = 4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

א. מצא באיזה תחום נמצא a.

פתרון

$$y'(4) > 0$$

$$y'(x) = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2+a^2+12} - (x+2a) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+a^2+12}} \cdot 2x}{\left(\sqrt{x^2+a^2+12}\right)^2}$$

נתון שהפונקציה $y=\frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x=4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

א. מצא באיזה תחום נמצא a.

פתרון

$$y'(x)=\frac{\frac{x^2+a^2+12-x(x+2a)}{\sqrt{x^2+a^2+12}}}{x^2+a^2+12}$$

$$=\frac{x^2+a^2+12-x^2-2ax}{\sqrt{x^2+a^2+12}(x^2+a^2+12)}=\frac{-2ax+a^2+12}{\sqrt{x^2+a^2+12}(x^2+a^2+12)}$$

נתון שהפונקציה $y=\frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x=4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.
א. מצא באיזה תחום נמצא a.

פתרון

$$y'(x)=\frac{-2ax+a^2+12}{\sqrt{x^2+a^2+12}(x^2+a^2+12)}$$

$$y'(4)=\frac{-2a\cdot 4+a^2+12}{\sqrt{4^2+a^2+12}(4^2+a^2+12)}>0$$

עפ"י תחום ההגדרה, המכנה חיובי לכל x מוגדר.
על מנת שהביטוי כולו יהיה חיובי, נדרוש שהמונה יהיה חיובי

נתון שהפונקציה $y = \frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x = 4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

א. מצא באיזה תחום נמצא a.

פתרון

$$-2a \cdot 4 + a^2 + 12 > 0$$

$$a^2 - 8a + 12 > 0$$

$$(a-2)(a-6) > 0$$

הביטוי מתאר פרבולה ישרה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x = 2,6$

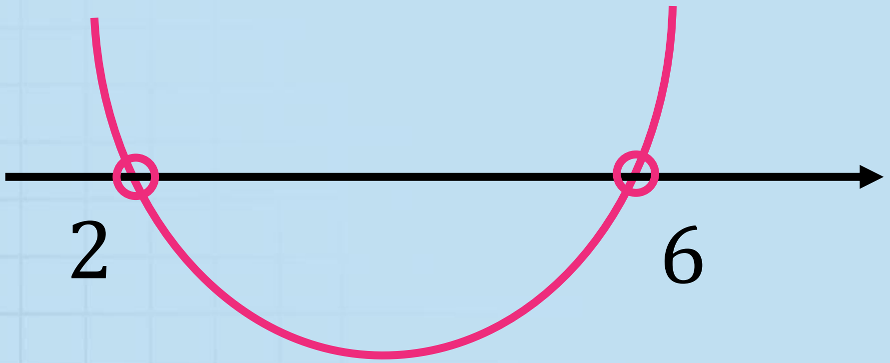
נתון שהפונקציה $y=\frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x=4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

א. מצא באיזה תחום נמצא a.

פתרון

$$(a-2)(a-6)>0$$

הביטוי מתאר פרבולה ישרה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x=2,6$



$a<2$,$6<a$

נתון שהפונקציה $y = \frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x = 4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

ב. האם ייתכן שיש לפונקציה נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3\frac{1}{2}$? נמק.

פתרון

אם לפונקציה נקודת קיצון עבור $x = -3.5$
אז בשיעור x זה הנגזרת הראשונה תתאפס

$$y'(-3.5) = 0$$

$$y'(-3.5) = \frac{-2a \cdot (-3.5) + a^2 + 12}{\sqrt{(-3.5)^2 + a^2 + 12}\left((-3.5)^2 + a^2 + 12\right)} = 0$$

$$a^2 + 7a + 12 = 0$$

נתון שהפונקציה $y = \frac{x+2a}{\sqrt{x^2+a^2+12}}$ עולה בנקודה $x = 4$ והנגזרת שלה לא מתאפסת בנקודה זו.

ב. האם ייתכן שיש לפונקציה נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3\frac{1}{2}$? נמק.

פתרון

$$a^2 + 7a + 12 = 0$$

$$(a+3)(a+4) = 0$$

$$a = -3 \qquad a = -4$$

עפ"י סעיף א', ערכים אלו יתכנו עבור a

ולכן תיתכן נקודת קיצון לפונקציה עבור $x = -3.5$

בהצלחה