פתרון תרגיל

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 134, ת. 28

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

השאלה

28) נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x}\,(x^2-a^2)$.

הראה שלכל $a>0$ יש לפונקציה נקודת קיצון פנימית שהיא נקודת מינימום.

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}\,(x^2-a^2)$.

הראה שלכל $a > 0$ יש לפונקציה נקודת קיצון פנימית שהיא נקודת מינימום.

פתרון

תחום הגדרה: $x \geq 0$

נדרוש: $y'(x) = 0$

$$y'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x^2 - a^2) + \sqrt{x} \cdot 2x = \frac{(x^2 - a^2) + 4x^2}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{5x^2 - a^2}{2\sqrt{x}} = 0$$

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}\,(x^2 - a^2)$.

הראה שלכל $a > 0$ יש לפונקציה נקודת קיצון פנימית שהיא נקודת מינימום.

פתרון

$$5x^2 - a^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{a^2}{5}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{5}} \qquad \cancel{x = -\frac{a}{\sqrt{5}}}$$

$$x \geq 0$$

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}\,(x^2-a^2)$.

הראה שלכל $a > 0$ יש לפונקציה נקודת קיצון פנימית שהיא נקודת מינימום.

פתרון

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה $y''(x)$

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי (עפ"י תחום ההגדרה), ולכן סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הנגזרת של המונה:

$$(5x^2 - a^2)' = 10x$$

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}\,(x^2-a^2)$.

הראה שלכל $a > 0$ יש לפונקציה נקודת קיצון פנימית שהיא נקודת מינימום.

פתרון

$$(5x^2 - a^2)' = 10x$$

עבור $a > 0$ הביטוי חיובי

$$10 \cdot \frac{a}{\sqrt{5}} > 0 \qquad x = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

עבור $x = \frac{a}{\sqrt{5}}$ לפונקציה נקודת מינימום

בהצלחה