תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 131–132,
דוגמאות א' ו– ב'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

בהרבה מקרים תחום ההגדרה של פונקציה עם שורש ריבועי הוא קטע סגור או קרן.
במקרה כזה יש לפונקציה נקודות קיצון בקצה תחום ההגדרה. למרות זאת, בסעיף זה נמצא
רק את **נקודות הקיצון הפנימיות** שבתוך תחום ההגדרה ונעשה זאת בעזרת **הנגזרת**.
בהמשך נמצא גם את נקודות הקיצון שבקצה תחום ההגדרה.

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = (3-x)\sqrt{x}$.

תחום הגדרה: $0 \leq x$

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = (3-x)\sqrt{x}$.

נגזור ונשווה לאפס:

$$f'(x) = (-1)\cdot\sqrt{x} + (3-x)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\frac{-\sqrt{x}\cdot 2\sqrt{x} + 3 - x}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$-2x+3-x = 0$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = (3-x)\sqrt{x}$.

$$-3x+3 = 0$$

$$3 = 3x$$

$$x = 1$$

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה $f''(x)$

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = (3-x)\sqrt{x}$.

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי, ולכן

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הנגזרת של המונה:

$$(-3x)' = -3$$

סימן הנגזרת השנייה שלילי לכל x ובפרט עבור הנקודה החשודה, $x = 1$

עבור $x = 1$ נקודת מקסימום

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = (3-x)\sqrt{x}$.

נחשב את ה-y של הנקודה:

$$y = (3-1)\sqrt{1} = 2$$

לסיכום: $(1,2)$ היא נקודת מקסימום.

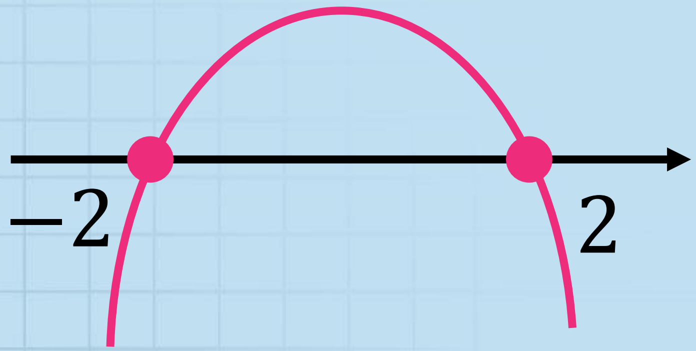
תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = \sqrt{4-x^2}$.

תחום הגדרה: $4 - x^2 \geq 0$

הביטוי מתאר פרבולה הפוכה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x = \pm 2$



תחום ההגדרה: $-2 \leq x \leq 2$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = \sqrt{4-x^2}$.

נגזור ונשווה לאפס:

$$y' = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = 0$$

$$x = 0$$

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה $f''(x)$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = \sqrt{4-x^2}$.

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי, ולכן
סימן הנגזרת השנייה יקבע ע״י הנגזרת של המונה:

$$(-2x)' = -2$$

סימן הנגזרת השנייה שלילי לכל x ובפרט עבור הנקודה החשודה, $x = 0$

עבור $x = 0$ נקודת מקסימום

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $y = \sqrt{4-x^2}$.

נחשב את ה-y של הנקודה:

$$y = \sqrt{4-0^2} = 2$$

$(0,2)$ היא נקודת מקסימום.

בהצלחה