הקנייה

פונקציות עם שורשים
ותחום ההגדרה שלהן

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 115–116

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

הפונקציה $y = \sqrt{x}$

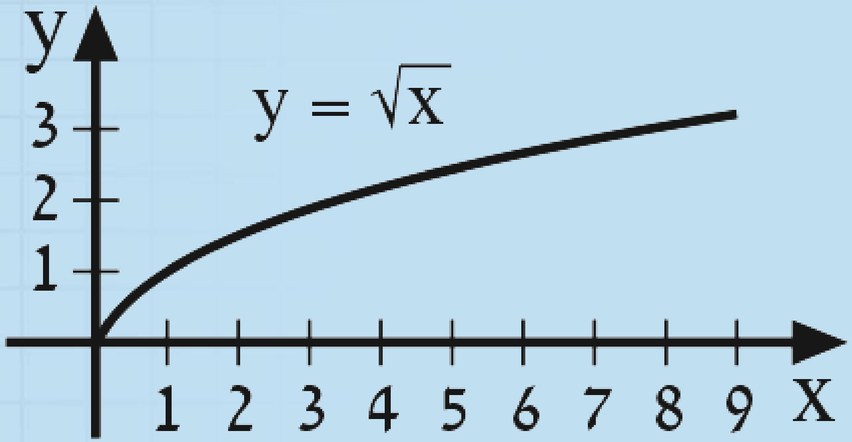
בפרק זה נדון בפונקציות עם שורשים. נדגיש מייד שבמושג שורש נתכוון רק **לשורש ריבועי** ולא לשורשים מסדרים יותר גבוהים.

נכיר עכשיו את הפונקציה $y = \sqrt{x}$. נזכיר תחילה ש- $\sqrt{a}$ מסמן את **המספר האי שלילי** שריבועו שווה ל- a. למשל $\sqrt{4} = 2$ (ולא -2) כמו כן $\sqrt{0} = 0$.

היות ולמספר שלילי אין שורש ריבועי אז הפונקציה $y = \sqrt{x}$ מוגדרת רק **למספרים אי שליליים** כלומר **תחום ההגדרה של הפונקציה** $y = \sqrt{x}$ **הוא** $x \geq 0$.
רושמים זאת גם כך $\{x|x \geq 0\}$.

הקנייה

הפונקציה $y = \sqrt{x}$



הפונקציה $y = \sqrt{x}$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

א) הפונקציה **מוגדרת** עבור $x \geq 0$.

ב) הפונקציה **אי שלילית**, כלומר $\sqrt{x} \geq 0$ לכל $x \geq 0$.

ג) הפונקציה **עולה** לכל $x > 0$.

הקנייה

פונקציות עם שורשים ריבועיים

מהפונקציה $y = \sqrt{x}$ אפשר לקבל פונקציות נוספות.

דוגמאות: $y = \sqrt{x-5}$, $y = \sqrt{x^2+1}$, $y = \sqrt{4-x^2}$ וכו'.

פונקציות כאלה נקראות **פונקציות מורכבות**. (ראה עמ' 10).

הערה:

גם הפונקציה $y = \sqrt{-x}$ היא פונקציה מורכבת. תחום ההגדרה שלה הוא $x \le 0$.

הקנייה

תחום ההגדרה – פונקציות עם שורשים

שהביטוי האלגברי **שבתוך השורש** הריבועי חייב להיות **אי שלילי**.

דוגמא:

מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות הבאות:

(1) $y=\sqrt{2x-6}$ (2) $y=\sqrt{16-x^2}$ (3) $y=\sqrt{\frac{x-2}{x}}$ (4) $y=\sqrt{x^3-x}$

הקנייה

(1) $y = \sqrt{2x-6}$

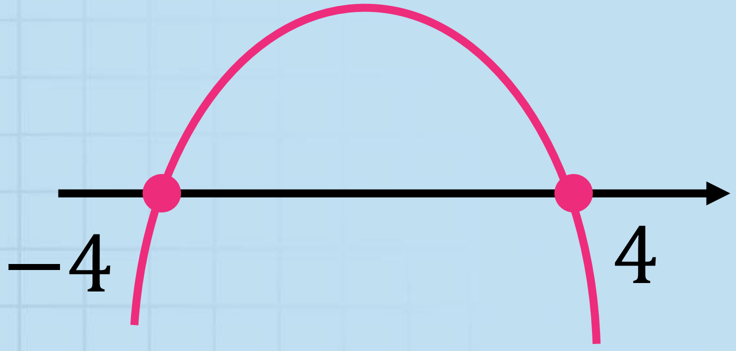
(1) הפונקציה מוגדרת בתנאי שמתקיים $2x-6 \geq 0$. הפתרון של אי שוויון זה הוא $x \geq 3$ וזהו תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \sqrt{2x-6}$.

הקנייה

(2) $y = \sqrt{16-x^2}$

(2) כדי למצוא את תחום ההגדרה צריך לפתור את אי השוויון **הריבועי** $16-x^2 \geq 0$.

הביטוי מתאר פרבולה הפוכה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x = -4, 4$



הפתרון הוא $-4 \leq x \leq 4$ וזהו תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \sqrt{16-x^2}$.

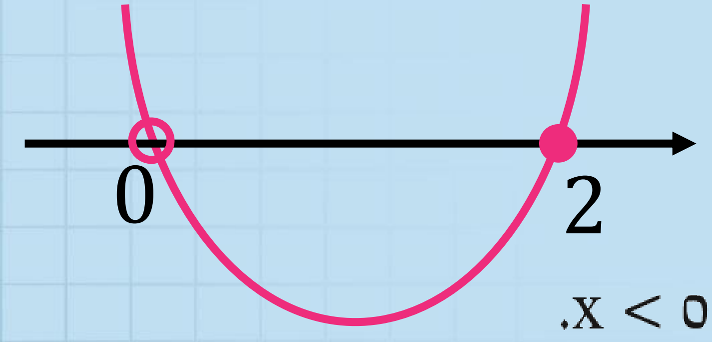
הקנייה

(3) $y = \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

(3) במקרה זה צריך לפתור את אי השוויון $\frac{x-2}{x} \geq 0$. זהו אי שוויון רציונאלי ואת הפתרון שלו ניתן לקבל מהפתרון של אי השוויון הריבועי $x(x-2) \geq 0$.

הביטוי מתאר פרבולה ישרה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x = 0\,,2$

נתייחס ל**תחום ההגדרה** של הפונקציה $x \neq 0$



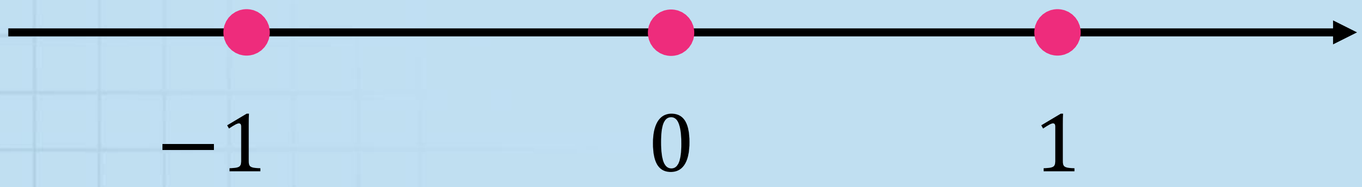
תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \sqrt{\frac{x-2}{x}}$ הוא $x \geq 2$ או $x < 0$.

הקנייה

(4) $y = \sqrt{x^3-x}$

(4) כדי לפתור את אי השוויון $x^3-x \ge 0$ ניתן להיעזר בפירוק לגורמים, נקבל $x(x^2-1)$. **שיעורי ה-x** של נקודות החיתוך של הפונקציה $y = x(x^2-1)$ עם **ציר ה-x** הם -1, 0, 1.

נציב ערכים מייצגים בין כל שתי נקודות חיתוך סמוכות ונבחן את המגמה

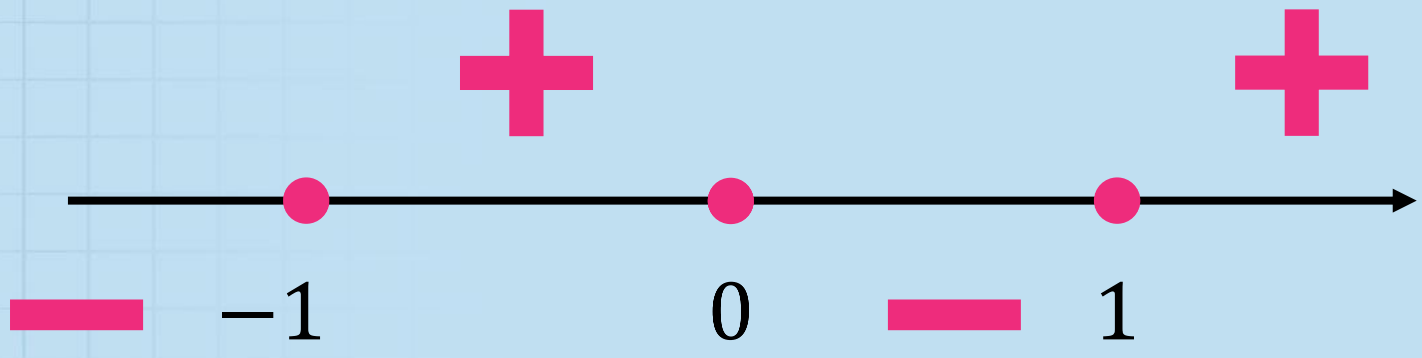


הקנייה

(4) $y=\sqrt{x^3-x}$

$x^3-x \ge 0$

נציב ערכים מייצגים
בין כל שתי נקודות
חיתוך סמוכות ונבחן
את המגמה



$0.5:\ \ (0.5)^3-(0.5)<0$

$-2:\ \ (-2)^3-(-2)<0$

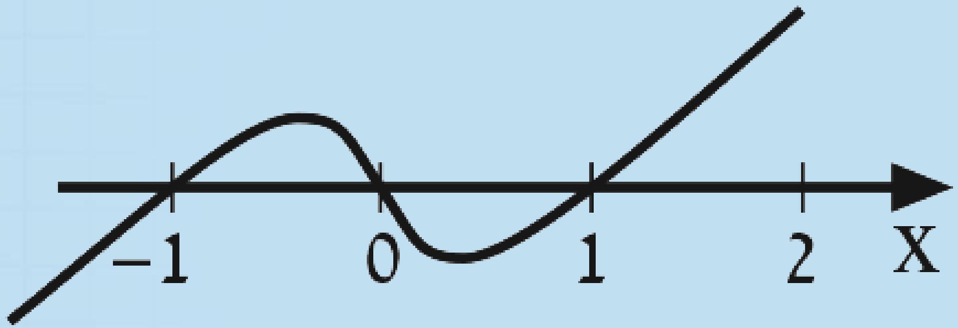
$2:\ \ (2)^3-(2)>0$

$-0.5:\ \ (-0.5)^3-(-0.5)>0$

הקנייה

$(4) \quad y = \sqrt{x^3 - x}$

$x^3 - x \geq 0$



תחום ההגדרה של הפונקציה $y = \sqrt{x^3 - x}$ הוא $-1 \leq x \leq 0$ או $x \geq 1$.

בהצלחה