

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[ 3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# תרגיל לדוגמה

## נקודות קיצון מוחלטות - פונקציות רציונאליות

### מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 101, דוגמה

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# תרגיל לדוגמה

**דוגמא:**

מצא את המינימום והמקסימום המוחלטים של הפונקציה  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2+3}$  בתחום  $-3 \leq x \leq 3$ .

**פתרון:**

**תחום הגדרה:**  $x^2 + 3 \neq 0$  הפונקציה מוגדרת לכל  $x$

נגזור ונשווה לאפס, נקבל:  $f'(x) = \frac{4x(x^2+3) - 2x^2 \cdot 2x}{(x^2+3)^2} = \frac{12x}{(x^2+3)^2} = 0$

# תרגיל לדוגמה

פתרון:

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2+3)^2} = 0$$

$$.x = 0$$

**נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה  $f''(x)$**

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי, ולכן סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הנגזרת של המונה:

$$(12x)' = 12$$

# תרגיל לדוגמה

פתרון:

הנגזרת הראשונה היא פונקציית מנה שבה המכנה תמיד חיובי, ולכן סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הנגזרת של המונה:

$$(12x)' = 12$$

הביטוי חיובי לכל  $x$  ובפרט עבור  $x = 0$   
ולכן עבור  $x = 0$  לפונקציה נקודת מינימום

ערך הפונקציה עבור  $x = 0$  הוא  $f(0) = 0$ .

**$(0,0)$  נקודת מינימום**

# תרגיל לדוגמה

פתרון:

נבדוק את ערכי הפונקציה בקצות התחום:

$$f(-3) = f(3) = 1\frac{1}{2}$$

נקודות קצת התחום:

$(-3, 1.5)$        $(3, 1.5)$



המינימום המוחלט הוא 0 והמקסימום המוחלט הוא  $1\frac{1}{2}$ .

# תרגיל לדוגמה

## פתרון:

(א) נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה בקטע הנ"ל הן:  $(0,0)$  מינימום מוחלט,  $(3, 1\frac{1}{2})$  מקסימום מוחלט,  $(-3, 1\frac{1}{2})$  מקסימום מוחלט.

(ב) הפונקציה מוגדרת לכל  $x$  ולכן הוכחנו למעשה את אי השוויון הבא: לכל  $-3 \leq x \leq 3$  מתקיים  $0 \leq \frac{2x^2}{x^2+3} \leq 1\frac{1}{2}$  (ראה גם עמ' 185).

# בהצלחה