פתרון תרגיל

אסימפטוטות המאונכות לצירים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 74, ת. 36

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

מצא את נקודת החיתוך של כל אחת מהפונקציות הבאות עם האסימפטוטה האופקית שלה:

36) $$y = \frac{x^2-4}{x^3} + 4$$

36) $y = \frac{x^2-4}{x^3} + 4$

פתרון

תחום הגדרה: $x \neq 0$

אסימפטוטה אופקית – ישר מהצורה $y = b$ המקביל לציר ה-x (או מתלכד איתו) נקרא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $f(x)$ אם כאשר x שואף ל-$+\infty$ או ל-$-\infty$ – המרחק בין גרף הפונקציה $f(x)$ לישר $y = b$ שואף לאפס.

עפ"י ההגדרה צריך להתקיים: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} |f(x) - b| = 0$. לכן כדי למצוא אסימפטוטה אופקית של פונקציה $f(x)$ צריך למעשה לחשב **גבולות** מהצורה $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ וכן $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

$$y = \frac{x^2-4}{x^3} + 4 \quad (36$$

פתרון

אלגברית, חישבנו את הגבול באמצעות התייחסות לחזקה הגבוהה ביותר במונה ובמכנה.

יחד עם זאת, טכניקה זו רלוונטית כאשר הפונקציה היא פונקציית מנה "מלאה".

עלינו להביא את הפונקציה לתבנית מנה לגבי כל הפונקציה ולא רק חלק ממנה

$$y = \frac{x^2-4}{x^3} + 4 = \frac{x^2-4+4x^3}{x^3}$$

$$y = \frac{x^2-4}{x^3}+4 \quad (36$$

פתרון

$$y = \frac{x^2-4}{x^3}+4 = \frac{x^2-4+4x^3}{x^3}$$

גם במונה וגם במכנה החזקה הגבוהה ביותר היא x^3

אסימפטוטה אופקית תהיה מנת המקדמים של החזקה הגבוהה ביותר

$$y = \frac{4}{1} = 4$$

עבור ערכי x השואפים ל $\pm\infty$ המרחק בין גרף הפונקציה לישר $y = 4$
שואף לאפס ולכן הישר $y = 4$ אסימפטוטה אופקית לפונקציה

36) $y = \frac{x^2-4}{x^3}+4$

פתרון

נמצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם הישר $y = 4$

$$\frac{x^2-4}{x^3}+4=4$$

$$\frac{x^2-4}{x^3}=0$$

$$x^2-4=0$$

36) $y = \frac{x^2-4}{x^3} + 4$

פתרון

$x = \pm 2$

נקודות החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה האופקית שלה, הישר $y = 4$, הן $(2,4)$ ו- $(-2,4)$

* כל עוד הפונקציה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה בערכים ש**אינם** $\pm\infty$, אין סתירה להגדרת האסימפטוטה

בהצלחה