הקנייה

אסימפטוטה המאונכת לציר ה– X

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 66–67

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x

אם בנקודה $x = x_1$ המכנה של פונקציית מנה מתאפס והמונה לא מתאפס
אז כאשר x שואף ל-x_1 משמאל או מימין ערכי הפונקציה שואפים ל-$+\infty$
או ל-$-\infty$ (לאו דווקא בסדר הזה).

הישר $x = x_1$ הוא ישר המאונך לציר ה-x. נביא את ההגדרה הבאה:

אסימפטוטה אנכית – ישר מהצורה $x = x_1$ המאונך לציר ה-x נקרא אסימפטוטה אנכית לפונקציה $f(x)$ אם כאשר x שואף ל-x_1 משמאל או מימין ערכי הפונקציה שואפים ל-$+\infty$ או ל-$-\infty$ (לאו דווקא בסדר הזה).

הקנייה

אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x

דוגמאות

$f(x)=\frac{1}{x-2}$. הישר $x=2$ הוא אסימפטוטה אנכית

$f(x)=\frac{2}{x^2}$. הישר $x=0$ (ציר ה-y) הוא אסימפטוטה אנכית

הקנייה

הערות:

א) כדאי לזכור שאסימפטוטה אנכית היא **אסימפטוטה שמקבילה לציר** ה-y או **מתלכדת איתו**.

ב) בספר זה נדון **רק** בפונקציות שאם הישר $x = x_1$ הוא אסימפטוטה אנכית שלהן אז הן **לא מוגדרות** בנקודה $x = x_1$.

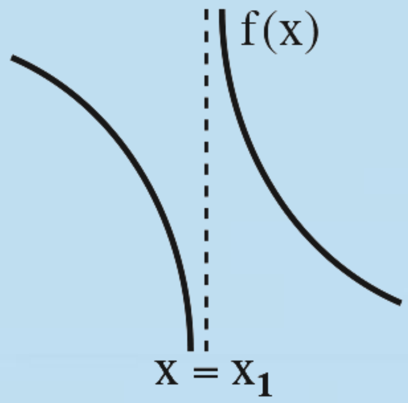
ג) כאשר רוצים לשרטט גרף של פונקציה שיש לה אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x רצוי תחילה לשרטט את האסימפטוטה, כלומר את הישר $x = x_1$. למעשה גרף הפונקציה **הולך ומתקרב לישר** הנ"ל וצריך לזכור שגרף **הפונקציה לא יכול לחתוך אותו** כי הפונקציה לא מוגדרת בנקודה $x = x_1$ (ראה הערה ב'). לפונקציה יכולות להיות יותר מאסימפטוטה אחת אנכית.

הקנייה

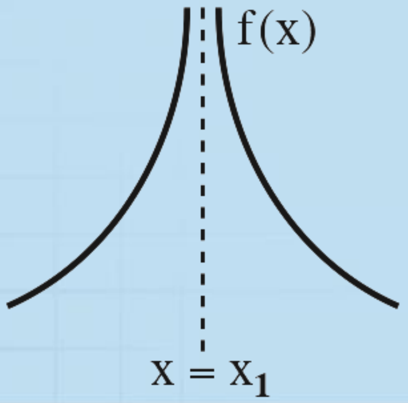
הערות:

ד) למעשה קיימות **ארבע אפשרויות** הקובעות את צורת הגרף של פונקציה רציונאלית בקרבת אסימפטוטה מאונכת מהצורה $x = x_1$. האפשרויות מפורטות להלן.

(1) כאשר x שואף ל-x_1 מימין הפונקציה שואפת ל-∞ וכאשר x שואף ל-x_1 משמאל הפונקציה שואפת ל-$-\infty$.



(2) כאשר x שואף ל-x_1 מימין וגם כאשר x שואף ל-x_1 משמאל הפונקציה שואפת ל-∞.

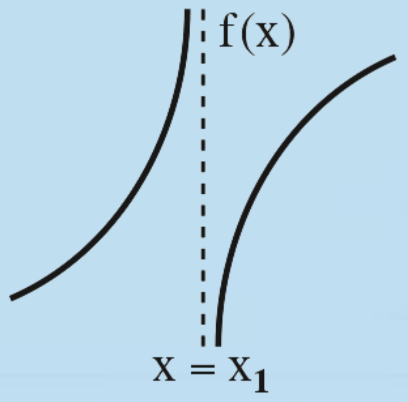


הקנייה

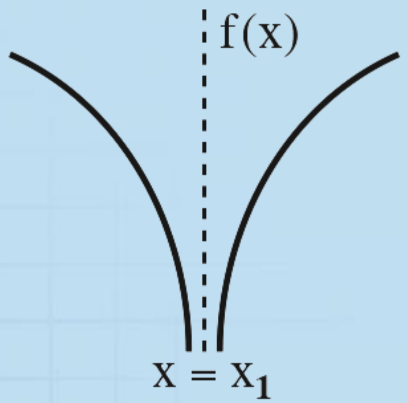
הערות:

ד) למעשה קיימות **ארבע אפשרויות** הקובעות את צורת הגרף של פונקציה רציונאלית בקרבת אסימפטוטה מאונכת מהצורה $x = x_1$. האפשרויות מפורטות להלן.

(3) כאשר x שואף ל-x_1 מימין
הפונקציה שואפת ל-$-\infty$
וכאשר x שואף ל-x_1 משמאל
הפונקציה שואפת ל-∞.



(4) כאשר x שואף ל-x_1 מימין
וגם
כאשר x שואף ל-x_1 משמאל
הפונקציה שואפת ל-$-\infty$.



הקנייה

דוגמא ג':

מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה $y = \frac{x+1}{x^2-8x}$.

פתרון:

אם נשווה את המכנה לאפס נקבל $x^2-8x = 0$ והפתרונות הם $x_1 = 0$, $x_2 = 8$.

ברור שאף פתרון לא מאפס את המונה ולכן הישרים $x = 0$ (ציר ה-y) ו-$x = 8$ הם האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה.

בהצלחה