

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל עלייה וירידה - פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 63, ת. 18

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全时スベ-ス}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \dot{\zeta} | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

(18) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

- א. הראה שבתחום $0 < x < 2$ הפונקציה $f(x)$ עולה.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.
- (1) מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (3) נתונה נקודה על גרף הפונקציה $g(x)$ ששיפוע המשיק בה לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא -2 . מצא את שיעור ה- x של הנקודה.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. א. הראה שבתחום $0 < x < 2$ הפונקציה $f(x)$ עולה.

פתרון

תחום הגדרה: $x \neq 0$

על מנת להראות שהפונקציה עולה בתחום, עלינו להראות שנגזרת הראשונה חיובית בתחום זה

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \left(-\frac{1}{x^4} \cdot 2x \right) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2x}{x^4} = \frac{x^2 + 2x}{x^4}$$

המכנה חיובי לכל x מוגדר, לכן סימן הנגזרת הראשונה יקבע ע"י המונה בלבד

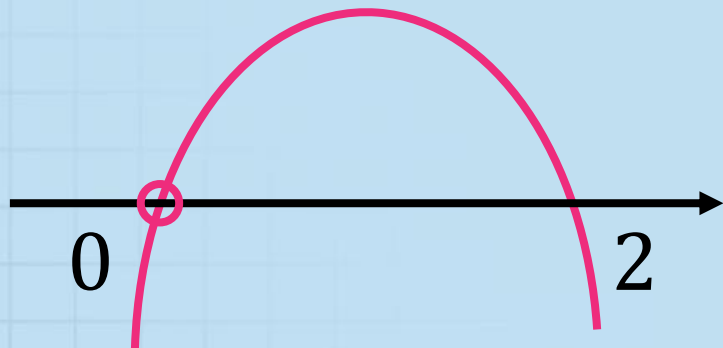
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. א. הראה שבתחום $0 < x < 2$ הפונקציה $f(x)$ עולה.

פתרון

סימן הנגזרת הראשונה יקבע ע"י המונה בלבד

$$-x^2 + 2x = x(-x + 2)$$

הביטוי מתאר פרבולה הפוכה החותכת את ציר ה- x בנקודות $x = 0, 2$



נתייחס לתחום ההגדרה של הפונקציה $x \neq 0$

הנגזרת הראשונה חיובית בתחום $0 < x < 2$ ולכן הפונקציה עולה בתחום זה

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

פתרון

חיתוך עם ציר x , נדרוש $y = 0$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0$$

(1, 0)

$$\frac{x - 1}{x^2} = 0$$

$$x = 1$$

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. ג. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

פתרון

המכנה חיובי לכל x מוגדר, לכן סימן הפונקציה יקבע ע"י המונה בלבד

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$$

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$

$$x - 1 < 0$$

$$x < 1$$

עבור $x > 1$ ערכי הפונקציה חיוביים

עבור $x < 1$ $x \neq 0$ ערכי הפונקציה שליליים

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

(1) מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

פתרון

הפונקציה $f(x)$ היא הנגזרת הראשונה של הפונקציה $g(x)$

נדרוש: $f(x) = 0$ עפ"י סעיף ב' : $x = 1$

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת השנייה:

עפ"י סעיף א' : עבור $x = 1$, $f'(x)$ חיובית

בנקודה $x = 1$ לפונקציה $g(x)$ נקודת קיצון מסוג מינימום

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

פתרון

תחומי עלייה וירידה יקבעו עפ"י סימן הנגזרת הראשונה

עפ"י סעיף ג':

בתחום $x > 1$ ערכי הנגזרת $f(x)$ חיוביים

ולכן הפונקציה $g(x)$ עולה בתחום זה

בתחום $0 < x < 1$ ערכי הנגזרת $f(x)$ שליליים

ולכן הפונקציה $g(x)$ יורדת בתחום זה

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

(3) נתונה נקודה על גרף הפונקציה $g(x)$ ששיפוע המשיק בה לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא -2 . מצא את שיעור ה- x של הנקודה.

פתרון

שיפוע משיק שווה לערך הנגזרת בנקודה

$$f(x) = -2$$

$$\frac{x-1}{x^2} = -2$$

$$x-1 = -2x^2$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

(3) נתונה נקודה על גרף הפונקציה $g(x)$ ששיפוע המשיק בה לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא -2 . מצא את שיעור ה- x של הנקודה.

פתרון

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

עפ"י נוסחת השורשים:

$$x = \frac{1}{2}$$

~~$$x = -1$$~~

$g(x)$ נתונה

בתחום $x > 0$

שיעור ה- x של הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הוא -2 הוא $x = \frac{1}{2}$

בהצלחה