פתרון תרגיל

נקודות קיצון –
פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 57, ת. 17

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

השאלה

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות:

17) $$y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות: (17 $y=\frac{x^3}{x^2-1}$

פתרון

תחום הגדרה: $x^2-1\neq 0$

$x\neq \pm 1$

נדרוש: $f'(x)=0$

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^2-1)-x^3\cdot 2x}{(x^2-1)^2}=\frac{3x^4-3x^2-2x^4}{(x^2-1)^2}=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות : **(17** $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

פתרון

$$f'(x) = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0$$

$$\boldsymbol{x = 0} \qquad \boldsymbol{x = \sqrt{3}} \qquad \boldsymbol{x = -\sqrt{3}}$$

נאבחן את הנקודות החשודות באמצעות **סימן** הנגזרת השנייה

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות:

17) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

פתרון

$$f'(x) = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$$

אם הנגזרת הראשונה של פונקציה היא שבר בעל מכנה חיובי לכל x (פרט אולי לנקודות בודדות שבהן המכנה מתאפס) אז סימן הנגזרת השנייה של נקודת קיצון הוא כסימן נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה.

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע״י הביטוי: $(x^4 - 3x^2)' = 4x^3 - 6x$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות: **(17** $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

פתרון

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הביטוי: $(x^4 - 3x^2)' = 4x^3 - 6x$

$\boldsymbol{x = 0:}$ $4 \cdot 0^3 - 6 \cdot 0 = 0$

עבור $x = 0$ אין לפונקציה נקודת קיצון

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות: $y=\frac{x^3}{x^2-1}$ (17

פתרון

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הביטוי: $(x^4-3x^2)'=4x^3-6x$

$\boldsymbol{x=\sqrt{3}}$**:** $4\cdot(\sqrt{3})^3-6\cdot\sqrt{3}=6\cdot\sqrt{3}>0$

עבור $x=\sqrt{3}$ לפונקציה נקודת מינימום

$$y(\sqrt{3})=\frac{(\sqrt{3})^3}{(\sqrt{3})^2-1}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$$

נקודת מינימום $\left(\sqrt{3},\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הרציונאליות הבאות: **17)** $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

פתרון

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הביטוי: $(x^4-3x^2)'=4x^3-6x$

$\boldsymbol{x=-\sqrt{3}}$**:** $4\cdot(-\sqrt{3})^3-6\cdot\sqrt{3}=-18\cdot\sqrt{3}<0$

עבור $x=-\sqrt{3}$ לפונקציה נקודת מקסימום

$$y(-\sqrt{3})=\frac{(-\sqrt{3})^3}{(-\sqrt{3})^2-1}=-\frac{3}{2}\sqrt{3}$$

נקודת מקסימום $\left(-\sqrt{3},-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$

בהצלחה