

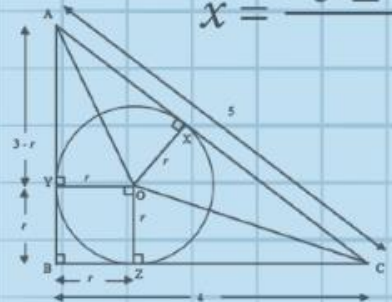
$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון - פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 56-57, דוגמאות ב' ו-ג'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

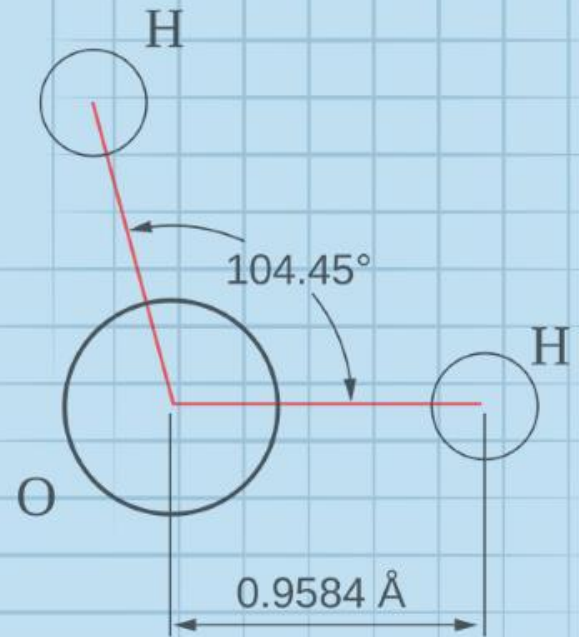
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全时スベ-ス}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \dot{\zeta} | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

פתרון:

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0$$

נגזור ונשווה לאפס:

פתרונות המשוואה $x^2 + 2x = 0$ הם $x_1 = 0$ ו- $x_2 = -2$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$$

אם הנגזרת הראשונה של פונקציה היא שבר בעל מכנה חיובי לכל x (פרט אולי לנקודות בודדות שבהן המכנה מתאפס) אז סימן הנגזרת השנייה של נקודת קיצון הוא כסימן נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה.

$$(x^2 + 2x)' = 2x + 2$$

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הביטוי:

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע"י הביטוי: $(x^2 + 2x)' = 2x + 2$

הצבה של $x = 0$ נותנת 2, שזהו מספר חיובי, כלומר מינימום

והצבה של $x = -2$ נותנת -2, שזהו מספר שלילי, כלומר מקסימום

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

נחשב את ערכי y המתאימים

$(0, 0)$ נקודת מינימום

$(-2, -4)$ נקודת מקסימום

$$f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2}{-2+1} = -4$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

(0,0) נקודת מינימום (-2,-4) נקודת מקסימום

הערה:

בדוגמא האחרונה ערך הפונקציה בנקודת המינימום הוא 0 והוא יותר גדול מערך הפונקציה בנקודת המקסימום שהוא -4. הסיבה היא, שלהבדיל מהפונקציות הקודמות פונקציה זו איננה רציפה. היא איננה מוגדרת עבור $x = -1$ ולכן הגרף שלה בנוי משני חלקים נפרדים שאין קשר ביניהם ע"י קו רציף. (אחד עבור $x > -1$ והשני עבור $x < -1$).

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

הראה שלפונקציה

$$f(x) = \frac{x}{x+2}$$

אין נקודות קיצון.

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס:

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+2) - x \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2} = 0$$

למשוואה שהתקבלה אין פתרון כי ברור ש- $2 \neq 0$ ולכן לפונקציה הנ"ל אין נקודות קיצון.

בהצלחה