תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון – פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 56–57, דוגמאות ב' ו– ג'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס: $f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = 0$.

פתרונות המשוואה $x^2+2x = 0$ הם $x_1 = 0$ ו-$x_2 = -2$.

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

$f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

אם הנגזרת הראשונה של פונקציה היא שבר בעל מכנה חיובי לכל x (פרט אולי לנקודות בודדות שבהן המכנה מתאפס) אז סימן הנגזרת השנייה של נקודת קיצון הוא כסימן נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה.

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע״י הביטוי: $(x^2 + 2x)' = 2x + 2$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

סימן הנגזרת השנייה יקבע ע״י הביטוי: $(x^2+2x)' = 2x+2$

הצבה של $x = 0$ נותנת 2, שזהו מספר חיובי, כלומר מינימום

והצבה של $x = -2$ נותנת -2, שזהו מספר שלילי, כלומר מקסימום

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

נחשב את ערכי y המתאימים

$$f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$$

נקודת מינימום $(0,0)$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2}{-2+1} = -4$$

נקודת מקסימום $(-2,-4)$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

$(0,0)$ נקודת מינימום $(-2,-4)$ נקודת מקסימום

הערה:

בדוגמא האחרונה ערך הפונקציה בנקודת המינימום הוא 0 והוא יותר גדול מערך הפונקציה בנקודת המקסימום שהוא -4. הסיבה היא, שלהבדיל מהפונקציות הקודמות פונקציה זו **איננה רציפה.** היא **איננה מוגדרת** עבור $x = -1$ ולכן הגרף שלה בנוי משני חלקים נפרדים שאין קשר ביניהם ע"י קו רציף. (אחד עבור $x > -1$ והשני עבור $x < -1$).

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

הראה שלפונקציה $f(x) = \frac{x}{x+2}$ אין נקודות קיצון.

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס: $f'(x) = \frac{1\cdot(x+2) - x\cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2} = 0$.

למשוואה שהתקבלה אין פתרון כי ברור ש-$0 \neq 2$ ולכן לפונקציה הנ"ל אין נקודות קיצון.

בהצלחה