

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

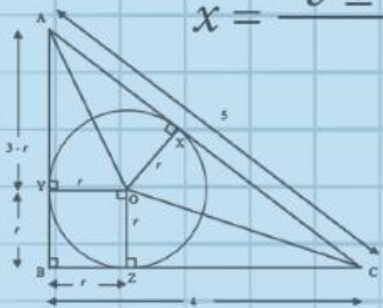
$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\int_a^b f(x) dx$$



תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון -

פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'-2

581, עמ' 55-56, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

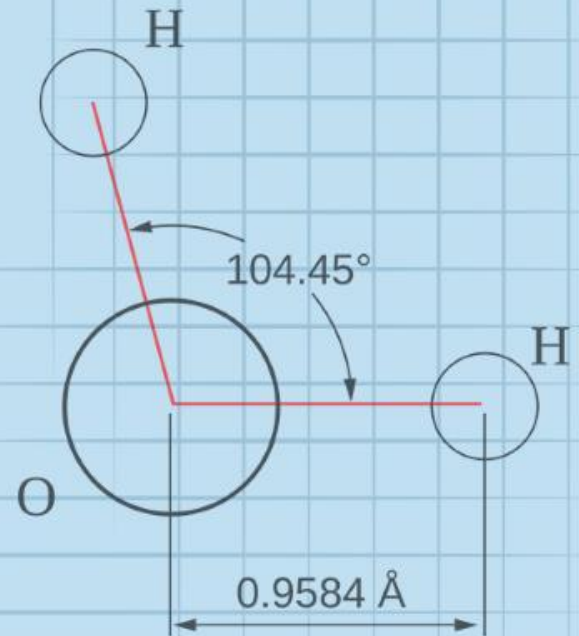
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{כל הסלל}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \dot{\zeta} | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

פתרון:

נגזור ונשווה לאפס, נקבל: $f'(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0$

כאשר שבר שווה ל-0 המונה שווה ל-0 (והמכנה שונה מ-0) לכן: $-2x^2+2 = 0$
והפתרונות הם: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$.

תרגיל לדוגמה

כדי לדעת איזו נקודה היא מינימום ואיזו היא מקסימום נגזור פעם שנייה:

$$f''(x) = \left(\frac{-2x^2}{(x^2 + 1)^2} \right)' = \frac{-4x(x^2+1)^2 - (-2x^2+2) \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4}$$

לפני שנמשיך לחשב את הנגזרת השנייה כדאי לזכור שהמטרה שלנו היא לא לגזור את הפונקציה פעם שנייה אלא רק לדעת את סימן הנגזרת השנייה לפתרונות x_1 ו- x_2 .

תרגיל לדוגמה

$$f''(x) = \frac{-4x(x^2+1)^2 - (-2x^2+2) \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4}$$

המכפלה שבביטוי הימני במונה תתאפס גם ע"י x_1 וגם ע"י x_2

המכנה $(x^2+1)^4$ הוא חיובי.

גם הביטוי $(x^2+1)^2$ הוא חיובי

סימן הנגזרת השנייה נקבע רק לפי הביטוי $-4x$

תרגיל לדוגמה

$$f''(x) = \frac{-4x(x^2+1)^2 - (-2x^2+2) \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4}$$

סימן הנגזרת השנייה נקבע רק לפי הביטוי $-4x$

עבור $x_1 = 1$ נקבל $-4 \cdot 1 = -4 < 0$ ולכן ב- $x = 1$ יש מקסימום.

עבור $x_2 = -1$ נקבל $-4 \cdot (-1) = 4 > 0$ ולכן ב- $x = -1$ יש מינימום.

תרגיל לדוגמה

נחשב את ערכי y המתאימים ל- 1 ו- -1 ונקבל:

$$f(1) = \frac{2 \cdot 1}{1^2 + 1} = 1$$

היא נקודת מקסימום $(1, 1)$.

$$f(-1) = \frac{2 \cdot (-1)}{(-1)^2 + 1} = -1$$

היא נקודת מינימום $(-1, -1)$.

תרגיל לדוגמה

הערה:

הביטוי היחיד שקבע את סימן הנגזרת השנייה, $-4x$, הוא נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה

אם הנגזרת הראשונה של פונקציה היא שבר בעל מכנה חיובי לכל x (פרט אולי לנקודות בודדות שבהן המכנה מתאפס) אז סימן הנגזרת השנייה של נקודת קיצון הוא כסימן נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה.

בהצלחה