פתרון תרגיל

משיק – פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–2

581 , עמ' 53, ת. 39

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

השאלה

בתרגילים הבאים נתונות פונקציה (מימין) ונקודה **שלא** על גרף הפונקציה (משמאל). מצא את נקודות ההשקה ואת משוואות המשיקים לגרף הפונקציה שעוברים דרך הנקודה:

39) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

תחום הגדרה: $x \neq 1$

נחפש את משוואת המשיק מהצורה $\boldsymbol{y = mx + b}$

הנקודה $(0,7)$ על המשיק ולכן מקיימת את משוואתו:

$$7 = m \cdot 0 + b$$

$$b = 7$$

משוואת המשיק $y = mx + 7$

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

נקודת ההשקה משותפת למשיק ולפונקציה:

$$mx + 7 = \frac{x+1}{x-1}$$

שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודה:

$$m = y'(x)$$

ערך ה- x שיקיים את שני התנאים, הוא שיעור ה- x של נקודת ההשקה

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

$$y'(x) \cdot x + 7 = \frac{x+1}{x-1}$$

$$y'(x) = \frac{1 \cdot (x-1) - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

$$\frac{-2x}{(x-1)^2} + 7 = \frac{x+1}{x-1}$$

$$-2x + 7(x-1)^2 = (x+1)(x-1)$$

$$-2x + 7x^2 - 14x + 7 = x^2 - 1$$

$$6x^2 - 16x + 8 = 0$$

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

באמצעות נוסחת השורשים:

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \qquad x = 2$$

נבחן את שתי האופציות שהתקבלו:

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

$x = 2$

נקודת ההשקה: $(2,3)$

$$y(2) = \frac{2+1}{2-1} = 3$$

שיפוע המשיק:

$$y'(2) = \frac{-2}{(2-1)^2} = -2$$

משוואת המשיק $y = -2x + 7$

39) $y = \frac{x+1}{x-1}$, $(0,7)$

פתרון

$x = \frac{2}{3}$

נקודת ההשקה: $\left(\frac{2}{3}, -5\right)$

$$y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}+1}{\frac{2}{3}-1} = -5$$

שיפוע המשיק:

$$y'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-2}{\left(\frac{2}{3}-1\right)^2} = -18$$

משוואת המשיק $y = -18x + 7$

בהצלחה