פתרון תרגיל

פעולות חשבון עם מספרים מרוכבים- סדרות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-2

582 , עמ' 18, ת. 65

השאלה

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

א. חשב את a_9.

ב. הבע באמצעות n את a_{4n+1}.

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

א. חשב את a_9.

פתרון

$$\boxed{a_n = a_1 q^{n-1}}$$

$n = 9$

$$a_9 = a_1 \cdot q^{9-1}$$

$$a_9 = (1+2i)(1-i)^8$$

כדי לחשב את $(1-i)^8$ נחשב תחילה את $(1-i)^2$

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2$$

$$= -2i$$

לפי ההגדרה:
$i^2 = -1$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$,$q = 1-i$.

א. חשב את a_9.

פתרון

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n\cdot m}}$$

$$\boxed{(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n}$$

$$a_9 = (1+2i)(1-i)^8$$

$$(1-i)^2 = -2i$$

$$\Downarrow$$

$$(1-i)^8 = (1-i)^{2\cdot 4} = ((1-i)^2)^4 = (-2i)^4$$

$$= (-2)^4 \cdot i^4$$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

א. חשב את a_9.

פתרון

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n\cdot m}}$$

$$a_9 = (1+2i)(1-i)^8$$

$$(1-i)^8 = (-2)^4 \cdot i^4$$

$$i^4 = i^{2\cdot 2} = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$(1-i)^8 = 16 \cdot 1 = 16$$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

א. חשב את a_9.

פתרון

$$(1-i)^8 = 16$$

$$a_9 = (1+2i)(1-i)^8$$

$$a_9 = (1+2i)\cdot 16$$

$$\boxed{a_9 = 16+32i}$$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

ב. הבע באמצעות n את a_{4n+1}.

פתרון

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\Downarrow$$

$$a_{4n+1} = a_1 \cdot q^{4n+1-1}$$

$$\Downarrow$$

$$a_{4n+1} = a_1 \cdot q^{4n}$$

$$\Downarrow$$

$$a_{4n+1} = (1 + 2i)(1 - i)^{4n}$$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

ב. הבע באמצעות n את a_{4n+1}.

פתרון

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n\cdot m}}$$

$$a_{4n+1} = (1+2i)(1-i)^{4n}$$

$$(1-i)^{4n} = ((1-i)^4)^n$$

$$(1-i)^4 = (1-i)^{2\cdot 2} = ((1-i)^2)^2$$

לפי סעיף א'

$$(1-i)^2 = -2i$$

$$(1-i)^4 = (-2i)^2 = (-2)^2\cdot i^2 = 4\cdot(-1) = -4$$

65) בסדרה הנדסית נתון: $a_1 = 1+2i$, $q = 1-i$.

ב. הבע באמצעות n את a_{4n+1}.

פתרון

$$a_{4n+1} = (1+2i)(1-i)^{4n}$$

$$(1-i)^{4n} = ((1-i)^4)^n = (-4)^n$$

$$(1-i)^4 = -4$$

$$\boxed{a_{4n+1} = (-4)^n(1+2i)}$$

בהצלחה