תרגיל לדוגמה

משוואות מעריכיות – חיבור וחיסור בסיסים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 95, דוגמאות ב'–ג'

המצגת נערכה ע"י ליאורה יוספזון

תרגיל לדוגמה

משוואות מעריכיות – חיבור וחיסור בסיסים

נביא עכשיו דוגמאות שבהן יש פעולות חיבור וחיסור בין הבסיסים.

דוגמא ב':

פתור את המשוואה $9^x + 9^{x+1} = 30$.

פתרון:

בעזרת החוק $\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$ (מימין לשמאל) נוכל לרשום

$$9^{x+1} = 9^x \cdot 9^1 = 9^x \cdot 9$$

אם נפתח את אגף שמאל וניעזר בפירוק לגורמים נקבל:

$$9^x + 9^{x+1} = 9^x + 9^x \cdot 9 = 9^x(1+9) = 9^x \cdot 10$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב':

פתור את המשוואה $9^{X}+9^{X+1}=30$.

$$(a^{n})^{m}=a^{n\cdot m}$$

פתרון:

$$9^{X}+9^{X+1}=9^{X}\cdot 10$$

$$9^{x}=(3^{2})^{x}=3^{2x}$$

נחזור למשוואה ונקבל: $9^{X}\cdot 10=30$

נחלק ב-10 ונקבל $9^{X}=3$ ז"א $3^{2X}=3$

אם הבסיסים שווים וקיים שוויון בין שני הביטויים אז גם המעריכים שווים

לכן $2X=1$

ומכאן $X=\frac{1}{2}$.

תרגיל לדוגמה

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

דוגמא ג':

פתור את המשוואה $16^x + 4 = 65 \cdot 4^{x-1}$.

פתרון:

נרשום את המשוואה בעזרת הבסיס 4

$$(4^2)^x + 4 = 65 \cdot 4^x \cdot 4^{-1}$$

$$\Downarrow$$

$$4^{2x} + 4 = \frac{65 \cdot 4^x}{4} \quad / \cdot 4$$

$$\Downarrow$$

$$4 \cdot 4^{2x} + 16 = 65 \cdot 4^x$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

פתור את המשוואה $16^{x}+4=65\cdot4^{x-1}$.

פתרון:

$$\boxed{(a^{n})^{m}=a^{n\cdot m}}$$

$$4^{2x}=(4^{x})^{2}$$

נחסר משני האגפים את $65\cdot4^{x}$:

$$4\cdot(4^{x})^{2}-65\cdot4^{x}+16=0$$

$$4\cdot4^{2x}-65\cdot4^{x}+16=0$$

נסמן $t=4^{x}$

נקבל את המשוואה הריבועית

$$4t^{2}-65t+16=0$$

$$4\cdot4^{2x}+16=65\cdot4^{x}$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

פתור את המשוואה $16^{x}+4 = 65\cdot 4^{x-1}$.

פתרון:

$$4t^2 - 65t + 16 = 0$$

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$t_{1,2} = \frac{65 \pm \sqrt{65^2 - 4\cdot 4\cdot 16}}{8}$$

$$t_{1,2} = \frac{65 \pm \sqrt{3969}}{8} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{65 \pm 63}{8}$$

$$\boxed{t_1 = 16}$$

$$\boxed{t_2 = \frac{1}{4}}$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ג':

פתור את המשוואה $16^{x}+4=65\cdot 4^{x-1}$.

פתרון:

$$\boxed{t=4^x}$$

$$\boxed{a^{-n}=\frac{1}{a^n}}$$

$$t_1=16 \qquad t_2=\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$4^x=16 \Rightarrow 4^x=4^2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_1=2}$$

$$4^x=\frac{1}{4} \Rightarrow 4^x=4^{-1}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_2=-1}$$

בהצלחה