הקנייה

אי שיוויונות מעריכים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 103

המצגת נערכה ע"י ליאורה יוספזון

הקנייה

אי שוויונות מעריכיים

כל **הבסיסים** המופיעים באי שוויון מעריכי **חייבים** להיות **חיוביים**.

(1) אם הבסיס a הוא מספר הגדול מ-1 $(a > 1)$ אז אי השוויון שבין המעריכים הוא באותו הכיוון של אי השוויון שבין החזקות.

(2) אם הבסיס a הוא מספר בין 0 ל-1 $(0 < a < 1)$ אז אי השוויון שבין המעריכים הוא הפוך בכיוונו לאי השוויון שבין החזקות.

הקנייה

דוגמא א':

פתור את אי השוויון $4^{2x-1} < 2^{3x+1}$.

נרשום את אי השוויון בעזרת הבסיס 2.

$$2^{2(2x-1)} < 2^{3x+1}$$

הבסיס 2 הוא גדול מ-1 אז אי השוויון שבין המעריכים הוא כמו אי השוויון שבין החזקות

$$\Downarrow$$

$$2(2x-1) < 3x+1$$

$$\Downarrow$$

$$4x-2 < 3x+1$$

הקנייה

דוגמא א':

פתור את אי השוויון $4^{2x-1} < 2^{3x+1}$.

$$4x-2 < 3x+1$$

$$\downarrow$$

$$4x-3x < 1+2$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{x < 3}$$

הקנייה

דוגמא ב':

פתור את אי השוויון $\frac{1}{9} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x}$.

הבסיס המשותף הוא $\frac{1}{3}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2}$$

הקנייה

דוגמא ב':

פתור את אי השוויון $\frac{1}{9} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x}$.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

הבסיס $\frac{1}{3}$ הוא בין 0 ל-1

אי השוויון שבין המעריכים הפוך בכיוונו לאי השוויון שבין החזקות

$$x^2 - x > 2$$

הקנייה

דוגמא ב':

פתור את אי השוויון $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} < \frac{1}{9}$.

$$x^2-x > 2$$

$$x^2-x-2 > 0$$

נמצא נקודות חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x

$$x^2-x-2=0$$

$x=-1$ $x=2$

הקנייה

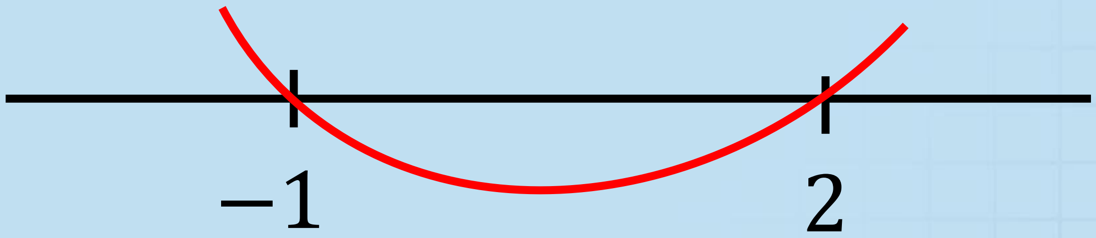
דוגמא ב':

פתור את אי השוויון $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} < \frac{1}{9}$.

המקדם של x^2 חיובי

$$1x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 2$$



$x^2-x-2 > 0$

$x < -1$ או $x > 2$

הקנייה

דוגמא ב׳:

פתור את אי השוויון $\frac{1}{9} < \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x}$.

הערה: אפשר לפתור את אי השוויון הנ״ל ע״י מעבר לבסיס 3 ושימוש בחזקות שליליות. במקרה זה אין צורך להפוך את כיוון אי השוויון כאשר עוברים מההשוואה בין החזקות להשוואה בין המעריכים.

$$\frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

הקנייה

דוגמא ג':

פתור את אי השוויון $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 < 0$.

נסמן $t = 2^x$ ← $t^2 = 4^x$

עפ"י סימון זה נקבל את אי השוויון **הריבועי** $t^2 - 9t + 8 < 0$.

הקנייה

דוגמא ג':

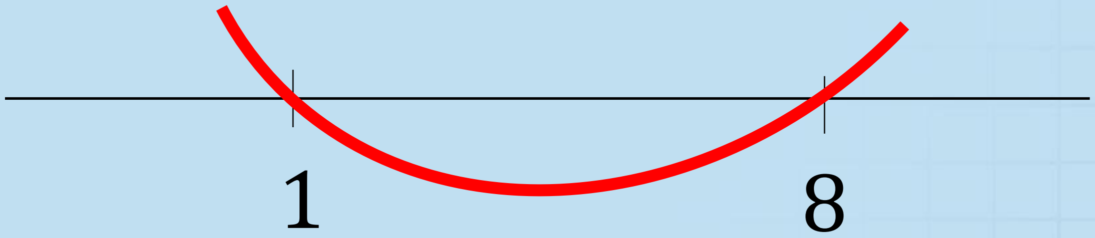
פתור את אי השוויון $4^x - 9\cdot 2^x + 8 < 0$.

המקדם של t^2 חיובי

$$1t^2 - 9t + 8 = 0$$

$x = 1$ $\quad$ $x = 8$

$\boxed{1 < t < 8}$ $\Leftarrow$



$t^2 - 9t + 8 < 0$

הקנייה

דוגמא ג':

פתור את אי השוויון $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 < 0$.

$t = 2^x$ $\quad 1 < t < 8$

$$1 < 2^x < 8$$

$2^0 = 1$ $\quad$ $2^3 = 8$

$$2^0 < 2^x < 2^3$$

הבסיס 2 הוא גדול מ-1 $\boxed{0 < x < 3}$

בהצלחה