פתרון תרגיל

אי שוויונות מעריכיים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 105, ת. 34

המצגת נערכה ע״י ליאורה יוספזון

השאלה

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

$$4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2 \quad (34$$

דרך הפתרון:

- ננסה לעבור לבסיס זהה עבור שני הביטויים המכילים את x
- נמצא גורם זהה ונסמן אותו בביטוי פשוט יותר, לצורך פתרון ראשוני
- נציב את הפתרון ונפתור את התרגיל

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

$4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$ (34

פתרון

$$4^{x+\frac{1}{2}} = (2^2)^{x+\frac{1}{2}} = (2^{x+\frac{1}{2}})^2$$

$$(2^{x+\frac{1}{2}})^2 < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$$

נסמן: $2^{x+\frac{1}{2}} = t$

$$\Downarrow$$

$$t^2 < 3\cdot t - 2$$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

34) $4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$

פתרון

נסמן: $2^{x+\frac{1}{2}} = t$

$$t^2 < 3\cdot 2^t - 2$$

$$\Downarrow$$

$$0 < -t^2 + 3t - 2$$

נמצא נקודות חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x

$$-t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$t = 1 \qquad t = 2$$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים :

34) $4^{x+\frac{1}{2}} < 3 \cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$

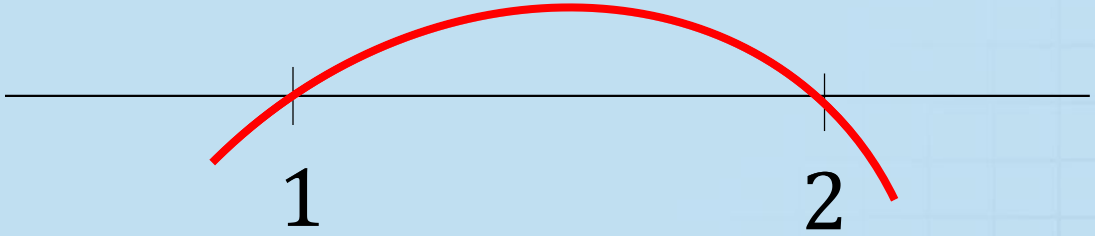
פתרון

נסמן: $2^{x+\frac{1}{2}} = t$

$$-t^2 + 3t - 2 = 0$$

המקדם של t^2 שלילי

$t = 1$ $\qquad$ $t = 2$



$$0 < -t^2 + 3t - 2$$

$\Leftarrow$ $\boxed{1 < t < 2}$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

$$4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2 \quad (34$$

פתרון

נסמן: $2^{x+\frac{1}{2}} = t$

$$\boxed{1 < t < 2}$$

$$\Downarrow$$

$$1 < 2^{x+\frac{1}{2}} < 2$$

$$\Downarrow$$

$$2^0 < 2^{x+\frac{1}{2}} < 2^1$$

$$\boxed{a^0 = 1}$$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

34) $4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$

פתרון

$$2^0 < 2^{x+\frac{1}{2}} < 2^1$$

הבסיס המשותף גדול מ-1

$$\Downarrow$$

אי השוויון שבין המעריכים הוא כמו אי השוויון שבין החזקות

$$\Downarrow$$

$$0 < x+\frac{1}{2} < 1$$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים:

34) $4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$

פתרון

$$0 < x + \frac{1}{2} < 1 \quad / -\frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}}$$

פתור את אי השוויונות המעריכיים הבאים :

34) $4^{x+\frac{1}{2}} < 3\cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 2$

פתרון

$$4^x \cdot 4^{\frac{1}{2}} < 3 \cdot 2^x \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2$$

$$2 \cdot 4^x < 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^x - 2$$

$$\Downarrow$$

$$2 \cdot (2^x)^2 < 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^x - 2$$

נסמן: $2^x = t$

$$2t^2 - 3 \cdot \sqrt{2}t + 2 < 0$$

$$\vdots$$

דרך נוספת לפתרון התרגיל:

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

$$4^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$$

בהצלחה