פתרון תרגיל

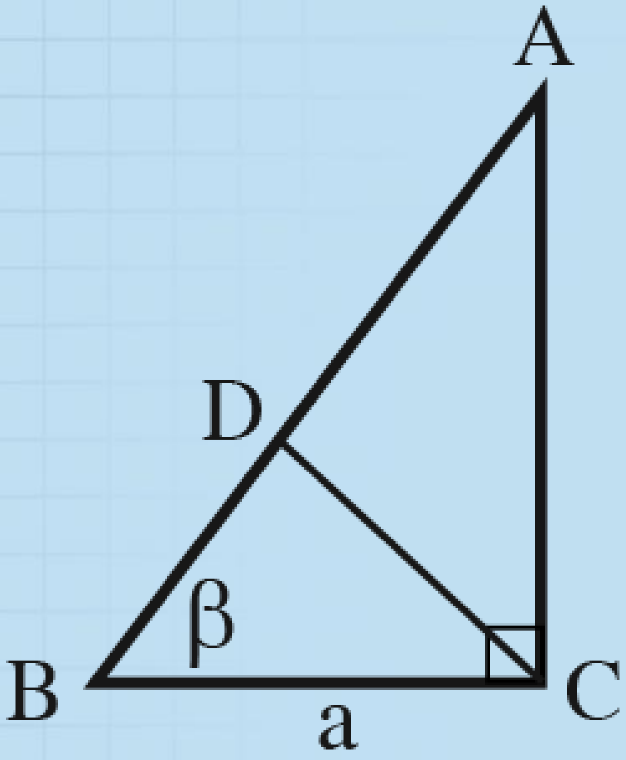
משפט הסינוסים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 480, ת. 40

המצגת נערכה ע"י יוסי כהן

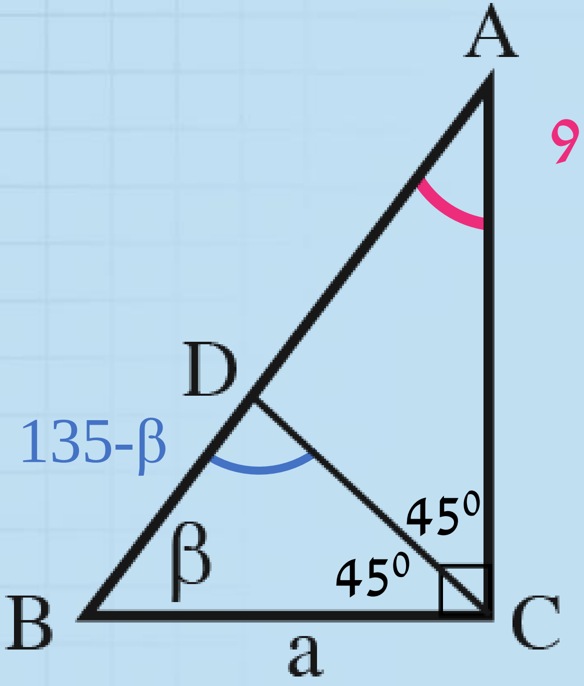
השאלה



40) DC הוא חוצה הזווית הישרה במשולש
ישר זווית ABC $(\sphericalangle C = 90^\circ)$.
נתון: $\sphericalangle B = \beta$, $BC = a$.
א. הבע באמצעות a ו-β את DC ו-BD.
ב. הבע באמצעות a ו-β את שטח
המשולש ADC.

א. הבע באמצעות a ו-β את DC ו-BD.

פתרון



נשלים ונחשב את הזוויות הנוספות

במשולשים ABC ו- BDC

$$\sphericalangle BAC=90-\beta$$

$$\sphericalangle BCD=\sphericalangle DCA=\frac{90}{2}=45^\circ$$

$$\sphericalangle BDC=180-(45+\beta)=135-\beta$$

<u>שלבי פתרון</u>:

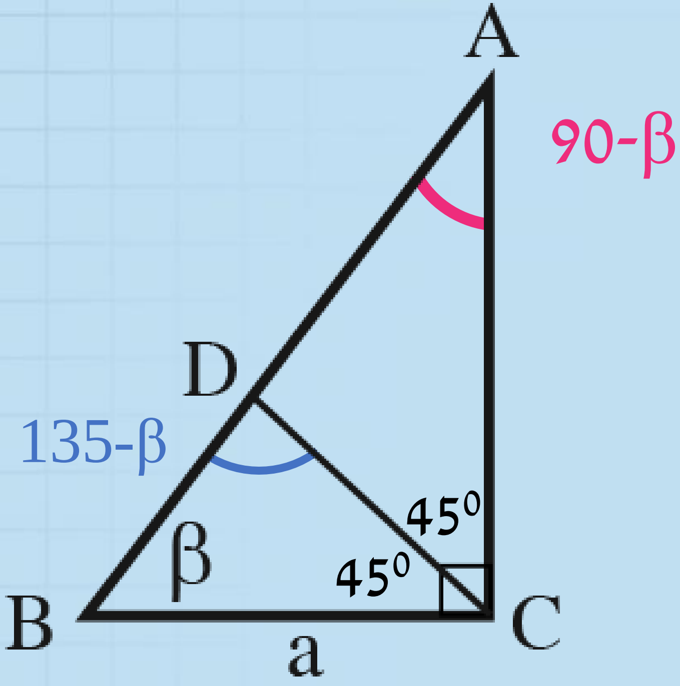
1. השלמת זוויות במשולש.

2. זיהוי נתונים לשימוש במשפט הסינוסים.

3. הצבה וחישוב

א. הבע באמצעות a ו-β את DC ו-BD.

פתרון



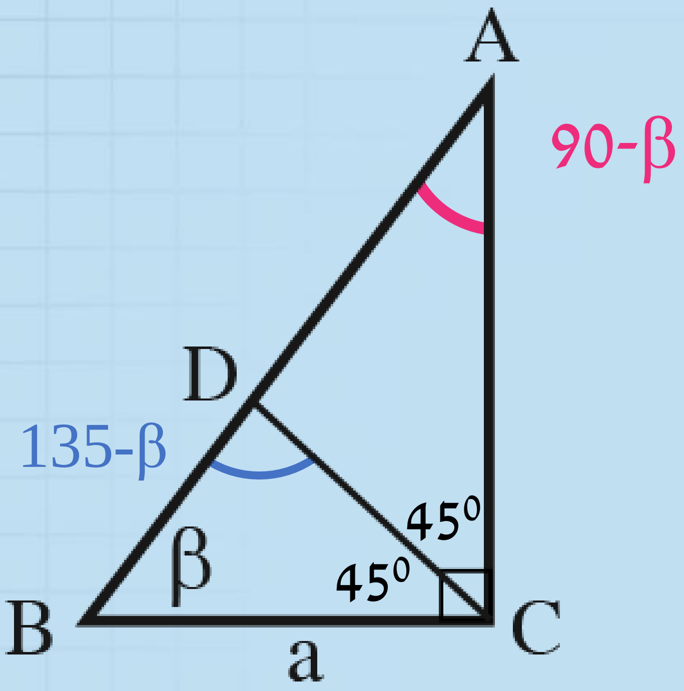
$$\frac{a}{\sin(135-\beta)}=\frac{BD}{\sin 45}=\frac{DC}{\sin\beta}$$

$$BD=\frac{a\cdot\sin 45}{\sin(135-\beta)}=\frac{a\cdot\sin 45}{\sin(45+\beta)}$$

$$DC=\frac{a\cdot\sin\beta}{\sin(135-\beta)}=\frac{a\cdot\sin\beta}{\sin(45+\beta)}$$

ב. הבע באמצעות a ו-β את שטח המשולש ADC.

פתרון



$$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot AC \cdot \sin 45^\circ$$

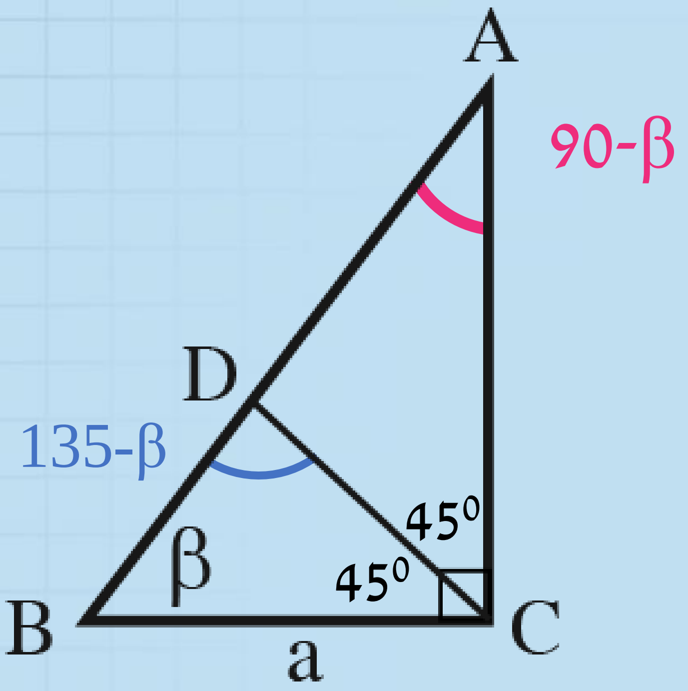
נתבונן במשולש ישר זווית ABC

$$AC = a \cdot \tan\beta = a \cdot \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

ב. הבע באמצעות a ו-β את שטח המשולש ADC.

נשתמש בנוסחה לחישוב שטח משולש: $S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\alpha$

פתרון



$$S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a\cdot\sin\beta}{\sin(45+\beta)}\cdot a\cdot\frac{\sin\beta}{\cos\beta}\cdot\sin 45$$

$$S_{\Delta ADC}=\frac{a^2\sin^2\beta\sin 45}{2\sin(45+\beta)\cos\beta}$$

בהצלחה