הקנייה

בעיות מילוליות עם פרמטר
ומציאת תחום הפרמטר
עבורם יש פתרון

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 71

המצגת נערכה ע"י טל מדר

כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

הקנייה

דוגמא:

מכונית אחת נוסעה מ-A ל-B במהירות קבועה. m שעות אחריה יצאה מ-A מכונית שנייה ונסעה ל-B במהירות הגדולה ב-20 קמ"ש מהמהירות של המכונית הראשונה. לאחר שהמכונית השנייה השיגה את המכונית הראשונה, המשיכה המכונית הראשונה לנסוע במהירות הקודמת שלה. את שארית הדרך מהפגישה עד ל-B עברה המכונית הראשונה בשעה פחות מהזמן שבו היא עברה את הדרך עד הפגישה. המכונית השנייה, לאחר הפגישה, הקטינה את מהירותה ב-10 קמ"ש ועברה את שארית הדרך מהפגישה עד ל-B ב-3 שעות פחות מהזמן שבו עברה המכונית הראשונה את הדרך עד לפגישה.

א. הבע באמצעות m את המהירות של המכונית הראשונה ואת הזמן שעבר עד שהשיגה אותה המכונית השנייה.

ב. מצא לאילו ערכי m יש פתרון לבעיה.

הקנייה

פתרון:

א. נסמן ב-x את מהירות המכונית הראשונה וב-y את זמן הנסיעה של המכונית הראשונה עד שהשיגה אותה המכונית השנייה (כלומר, עד הפגישה). לפיכך, המהירות של המכונית השנייה **עד לפגישה** היא $x+20$ קמ"ש וזמן הנסיעה של המכונית השנייה עד לפגישה הוא $y-m$ שעות.

הדרכים שוות ולכן **משוואה ראשונה** היא: $xy = (x+20)(y-m)$.

אחרי הפגישה המהירות של המכונית הראשונה נשארה x קמ"ש והזמן שעבר מאז הפגישה ועד שהיא הגיעה ל-B הוא $y-1$ שעות. המהירות של המכונית השנייה אחרי הפגישה היא $x+10$ קמ"ש והזמן שעבר מאז הפגישה ועד שהיא הגיעה ל-B הוא $y-3$ שעות.

הקנייה

		זמן (שעות)	מהירות (קמ״ש)	דרך (ק״מ)
עד הפגישה	I	y	x	xy
	II	$y-m$	$x+20$	$(x+20)(y-m)$
אחרי הפגישה	I	$y-1$	x	$x(y-1)$
	II	$y-3$	$x+10$	$(x+10)(y-3)$

הקנייה

הדרכים שוות ולכן **משוואה ראשונה** היא: $xy = (x+20)(y-m)$.

אחרי הפגישה המהירות של המכונית הראשונה נשארה x קמ"ש והזמן שעבר מאז הפגישה ועד שהיא הגיעה ל-B הוא $y-1$ שעות. המהירות של המכונית השנייה אחרי הפגישה היא $x+10$ קמ"ש והזמן שעבר מאז הפגישה ועד שהיא הגיעה ל-B הוא $y-3$ שעות.

הדרכים שוות ולכן **משוואה שנייה** היא: $x(y-1) = (x+10)(y-3)$.

לאחר פתיחת סוגריים וכינוס איברים נקבל את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} -mx+20y = 20m \\ -2x+10y = 30 \end{cases}.$$

הקנייה

אם נכפול את המשוואה השנייה פי 2 ונחסר אותה מהראשונה נקבל $(4-m)x = 20m-60$,

לכן $x = \frac{20m-60}{4-m}$. ע"י הצבת הערך של x במשוואה השנייה נקבל $y = \frac{m}{4-m}$.

לסיכום: המהירות של המכונית הראשונה היא $\frac{20m-60}{4-m}$ קמ"ש וזמן הנסיעה שלה עד הפגישה (עד שהשיגה אותה המכונית השנייה) הוא $\frac{m}{4-m}$ שעות.

הקנייה

ב. כדי שיהיה פתרון לבעיה צריכים, עפ"י נתוני הבעיה, להתקיים **התנאים הבאים:**
$x > 0$, $y > m$, $y > 3$. לכן צריך לפתור את **אי השוויונות הבאים**
(בתנאי ש-$m > 0$):
$\frac{20m-60}{4-m} > 0$, $\frac{m}{4-m} > m$, $\frac{m}{4-m} > 3$. הפתרון של כל **אחד** מאי השוויונות
הנ"ל הוא $3 < m < 4$ (בתנאי ש-$m > 0$). לכן הפתרון **המשותף** של שלושת
אי השוויונות הוא $3 < m < 4$.
לסיכום: תחום ערכי m שעבורם יש פתרון לבעיה הוא $3 < m < 4$.

בהצלחה