הקנייה

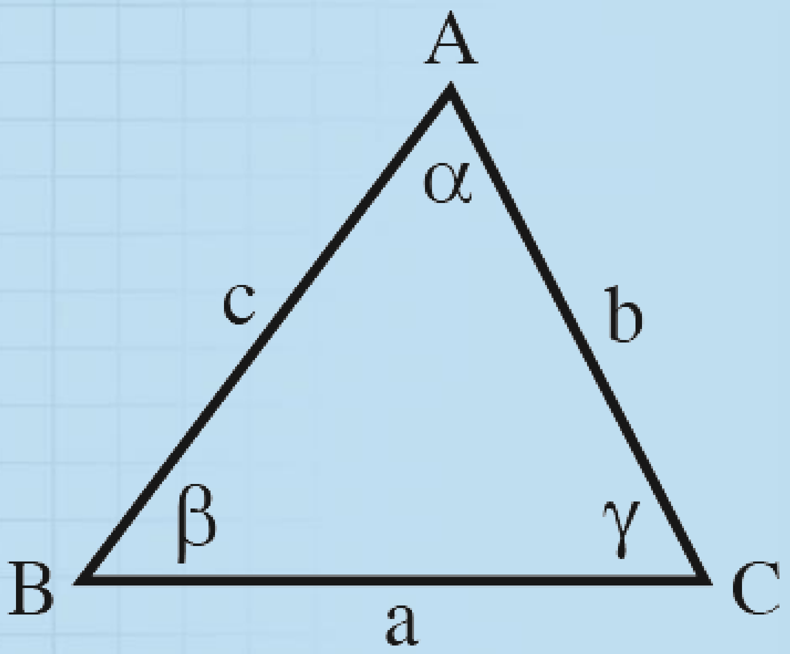
משפט הסינוסים

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 470

המצגת נערכה ע״י יוסי כהן

הקנייה



נזכיר שוב שהסימונים המקובלים במשולש הם:

A, B, C הקודקודים.

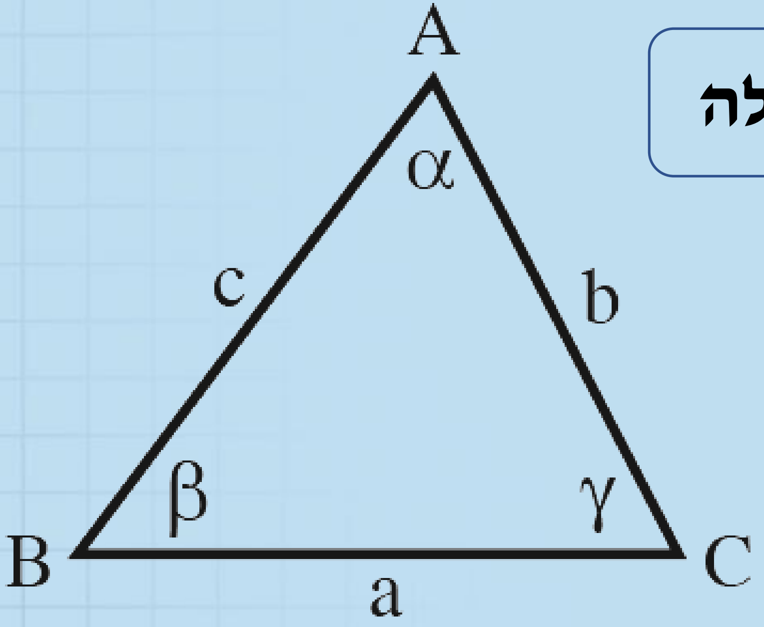
α, β, γ הזויות ליד הקודקודים בהתאמה.

a, b, c הצלעות מול הקודקודים בהתאמה.

הקנייה

משפט הסינוסים

משפט הסינוסים מתקיים לא רק במשולש ישר זווית , אלא בכל משולש



בכל משולש קיים יחס קבוע בין כל צלע לסינוס הזווית מולה

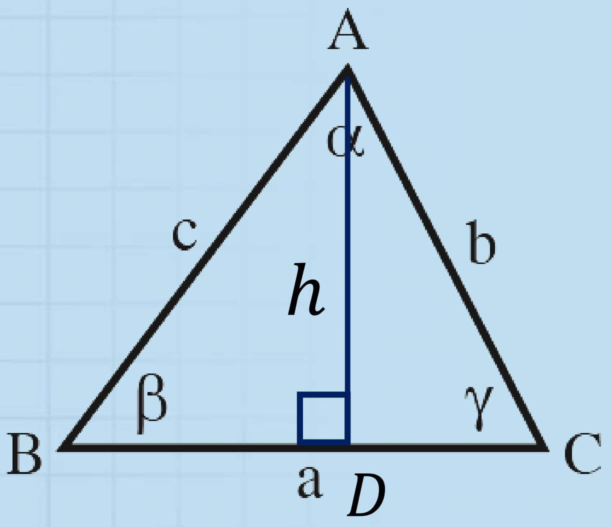
$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R}$$

יחס זה שווה גם לפעמיים רדיוס המעגל החוסם את המשולש

הקנייה

משפט הסינוסים - הוכחה

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



$$\sin\beta = \frac{h}{c}$$

$$h = c \cdot \sin\beta$$

$$\sin\gamma = \frac{h}{b}$$

$$h = b \cdot \sin\gamma$$

שלבי ההוכחה :

א. נשרטט גובה במשולש לצלע BC , נסמן ב h

ב. נתבונן במשולש ABD, נחשב את ערכו של h

ג. נתבונן במשולש ADC, נחשב את ערכו של h

$$b \cdot \sin\gamma = c \cdot \sin\beta \quad / : \sin\gamma \cdot \sin\beta$$

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

הקנייה

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

זהות הסינוס

במשפט הסינוסים נוכל להשתמש בכל משולש ולא רק במשולש ישר זווית.

מתי נשתמש במשפט הסינוסים :

א. נתונות שתי צלעות וזווית מול אחת מהן.

ב. נתונות שתי זוויות, (למעשה כל זוויות המשולש) ואחת הצלעות.

בכל המקרים האלו נוכל להשלים את יתר הזוויות והצלעות במשולש על ידי שימוש במשפט הסינוסים.

הקנייה

יש לשים לב לזהות הבאה שבמקרים מסוימים נמצא באמצעותה יותר מפתרון אחד.

$$\sin\alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$$

$$\sin 70^\circ = \sin 110^\circ$$

כאשר נתונות שתי צלעות וזווית מול הצלע הקטנה בין השתיים – יש שני פתרונות לתרגיל.

בכל המקרים האחרים : שתי צלעות וזווית מול הצלע הגדולה / שתי זוויות וצלע – פתרון אחד.

ההסבר : מול צלע גדולה יותר במשולש זווית גדולה יותר, ולכן הזווית הקהה במשולש יכולה להיות רק מול הצלע הגדולה במשולש !!

בהצלחה