הקנייה

חישוב e

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

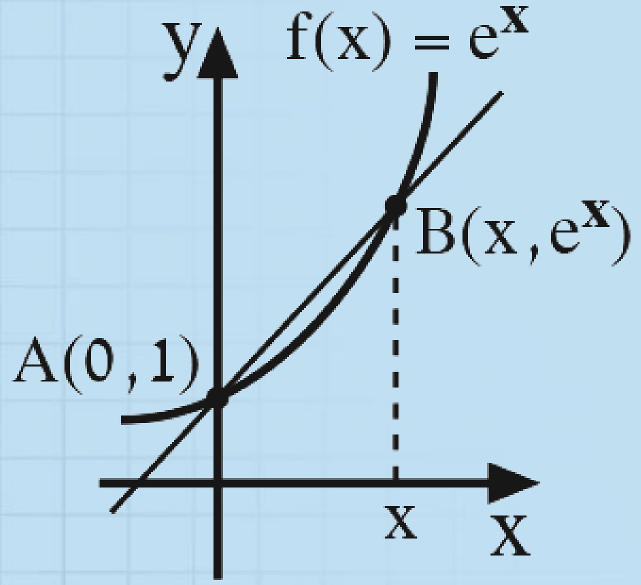
482 , עמ' 215

המצגת נערכה ע״י דנה עידן

הקנייה

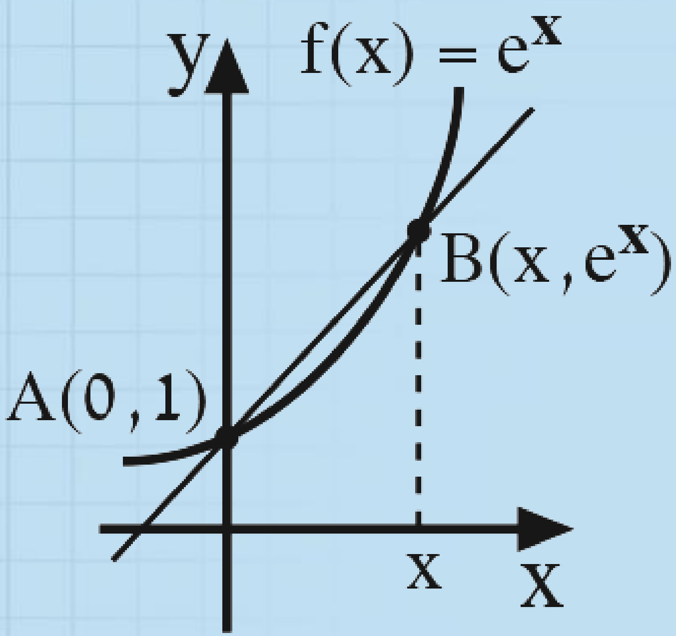
חישוב המספר e

ע"י חישוב הנגזרת של הפונקציה $f(x) = e^x$, **בעזרת הגדרת הנגזרת**, בנקודה $(0,1)$ והשוואת הנגזרת ל-1 (כך הגדרנו את המספר e) ניתן לחשב את המספר e ולמעשה להגדיר אותו.



תהי A הנקודה $(0,1)$ ונניח ש-B היא נקודה קרובה ל-A שנמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = e^x$. נסמן $B(x,e^x)$.

הקנייה



שיפוע החותך AB הוא $\frac{e^x - 1}{x - 0}$. אם הנקודה B מתקרבת לנקודה A אז x שואף ל-0 ונקבל עפ״י **הגדרת הנגזרת** ששיפוע המשיק בנקודה $(0,1)$ הוא: $f'(0) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x}$. נשווה את המנה $\frac{e^x - 1}{x}$ ל-1, ונחלץ את e. נקבל $\frac{e^x - 1}{x} = 1$, לכן $e^x - 1 = x$, כלומר $e^x = 1 + x$ ועי״ הוצאת שורש מסדר x נקבל $e = (1+x)^{\frac{1}{x}}$. אם ניתן ל-x לשאוף ל-0 נקבל הגדרה של המספר e:

$$\boxed{e = \lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}}$$

הקנייה

$$e = \lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$$

אפשר לסמן $n = \frac{1}{x}$ ואז ניתן לרשום את ההגדרה הבאה של המספר e:

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

הקנייה

הערות:

א) עפ"י הגדרה זו ניתן לחשב את המספר e בדרגת הדיוק הרצויה.

לדוגמא: אם נציב $n = 1000$ נקבל בקירוב $e = \left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000} = 2.7169$.

ב) הדרך שהבאנו לחישוב המספר מראה למעשה כיצד התגלה המספר e.

בהצלחה