

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל

שטחים - פולינומים ופונקציות
 רציונאליות - תרגילים לחזרה
 מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481, עמ' 319, ת. 17

המצגת נערכה ע"י דנה עידן
 כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{גולדסטן-ס}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

17 בנקודה (a, a^2) שעל גרף הפונקציה $y = x^2$ ($a \neq 0$) העבירו משיק.

א. הראה שהמשיק חותך את ציר ה- x בנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$.

ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה- x בנקודה $(3, 0)$.

חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- x .

א. הראה שהמשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$.

פתרון

סעיף א':

נתון שנקודת ההשקה היא: (a, a^2)

נמצא את שיפוע המשיק על-פי ערך הנגזרת בנקודה שבה $x = a$.

$$y = x^2$$

$$y' = 2x$$

$$y'(a) = 2a$$

א. הראה שהמשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$.

פתרון

נמצא את משוואת המשיק.

$$(a, a^2) \quad m = 2a$$

$$y - a^2 = 2a(x - a)$$

$$y - a^2 = 2ax - 2a^2$$

$$y = 2ax - a^2$$

א. הראה שהמשיק חותך את ציר ה-x בנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$.

פתרון

$$y = 2ax - a^2$$

נראה שהנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$ נמצאת על המשיק על-ידי הצבת הנקודה במשוואת המשיק.

$$\left(\frac{a}{2}, 0\right) \rightarrow 0 = 2a \cdot \frac{a}{2} - a^2$$

$$0 = a^2 - a^2$$

$$0 = 0 \leftarrow \text{פסוק אמת}$$

ב. משיק לגרף הפונקציה הנייל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון

סעיף ב':

בסעיף א' מצאנו שמשוואת המשיק לפונקציה $y = x^2$ בנקודה כלשהי היא:

$$y = 2ax - a^2$$

הוכחנו גם כי המשיק חותך את הציר ה-x בנקודה $(\frac{a}{2}, 0)$

כעת נתון כי נקודת החיתוך של משיק כלשהו עם ציר ה-x היא $(3, 0)$

משתי השורות האחרונות נובע כי: $\frac{a}{2} = 3$

$$a = 6$$

ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון

נציב $a = 6$ במשוואת המשיק שקיבלנו בסעיף א'.

$$a = 6 \rightarrow y = 2ax - a^2$$

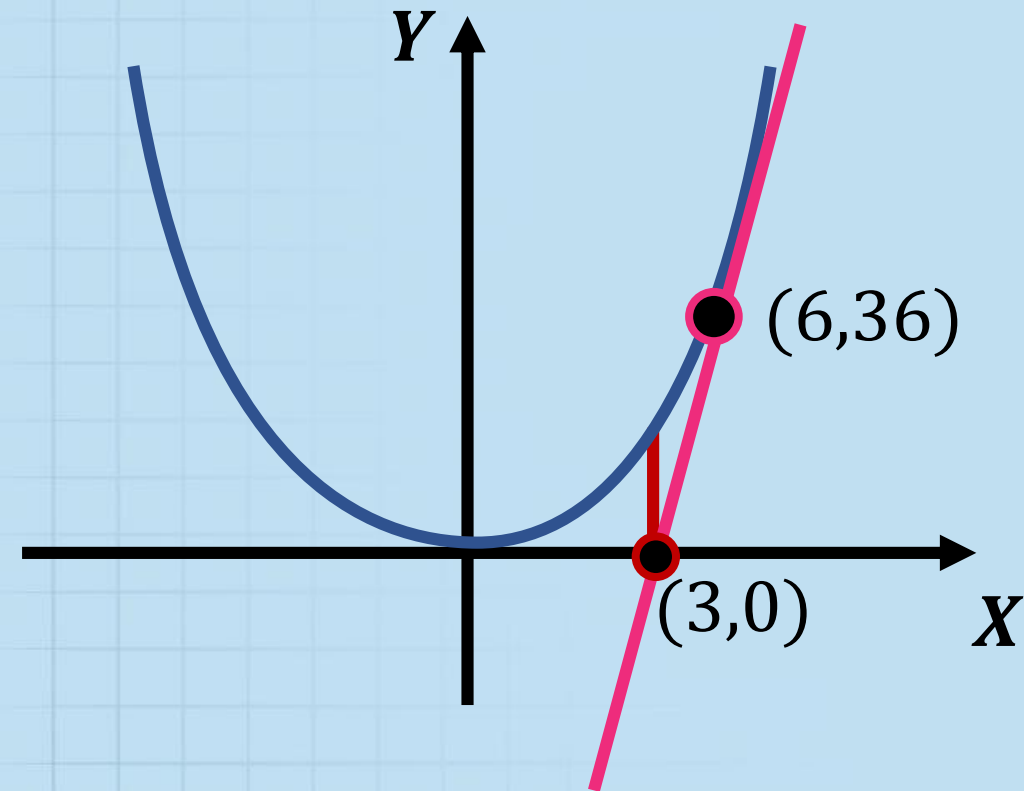
$$y = 12x - 36$$

כך קיבלנו את משוואת המשיק שלנו.

ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון

כדי להבין באיזה שטח מדובר, נשרטט סקיצה של הפונקציה ושל המשיק לפונקציה בנקודה $(6, 36)$:



ידוע שנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x היא: $(3, 0)$.
רואים שהשטח שלפנינו הוא שטח מורכב. נסמן אותו ב-S.

ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

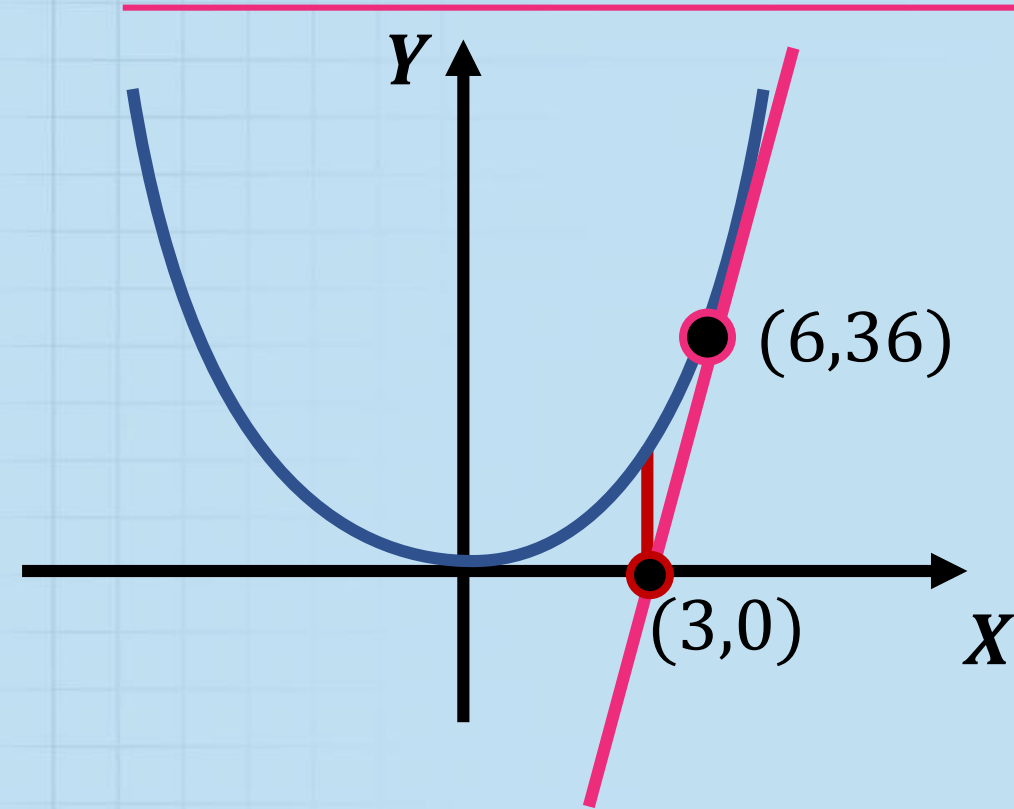
פתרון

עד לנקודה שבה $x = 3$, השטח נמצא מתחת לפונקציה $y = x^2$ (S_1)

בין $x = 3$ ל- $x = 6$, השטח נמצא בין הפרבולה לבין המשיק (S_2).

$$S_1 = \int_0^3 (x^2) dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \left(\frac{3^3}{3} \right) - (0) = 9$$

$$S_2 = \int_3^6 [x^2 - (12x - 36)] dx = \int_3^6 (x^2 - 12x + 36) dx$$



ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון

$$\begin{aligned}\int_3^6 (x^2 - 12x + 36) dx &= \left[\frac{x^3}{3} - 12 \cdot \frac{x^2}{2} + 36x \right]_3^6 \\ &= \left(\frac{6^3}{3} - 6 \cdot 6^2 + 36 \cdot 6 \right) - \left(\frac{3^3}{3} - 6 \cdot 3^2 + 36 \cdot 3 \right) \\ &= (72) - (63) \\ S_2 &= 9\end{aligned}$$

ב. משיק לגרף הפונקציה הנ"ל חותך את ציר ה-x בנקודה $(3, 0)$.
חשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 9 + 9$$

$$S = 18$$

בהצלחה