פתרון תרגיל

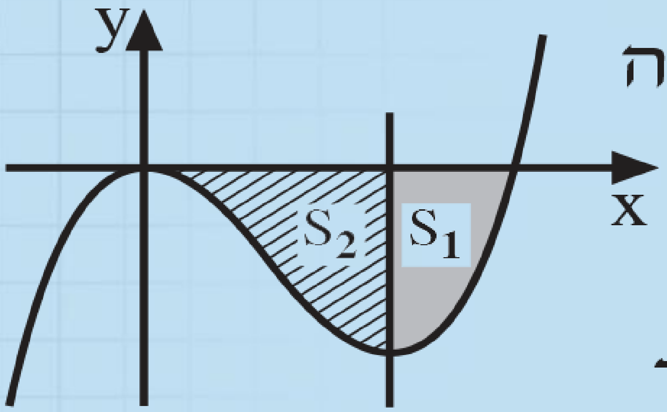
שטחים-פונקציות עם פרמטרים (פולינומים)

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481 , עמ' 300, ת. 8

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

השאלה



8) לפונקציה $y = (a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x = 2$.

א. מצא את a.

ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2.
חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

לפונקציה $y=(a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x=2$. א. מצא את a.

פתרון

סעיף א':

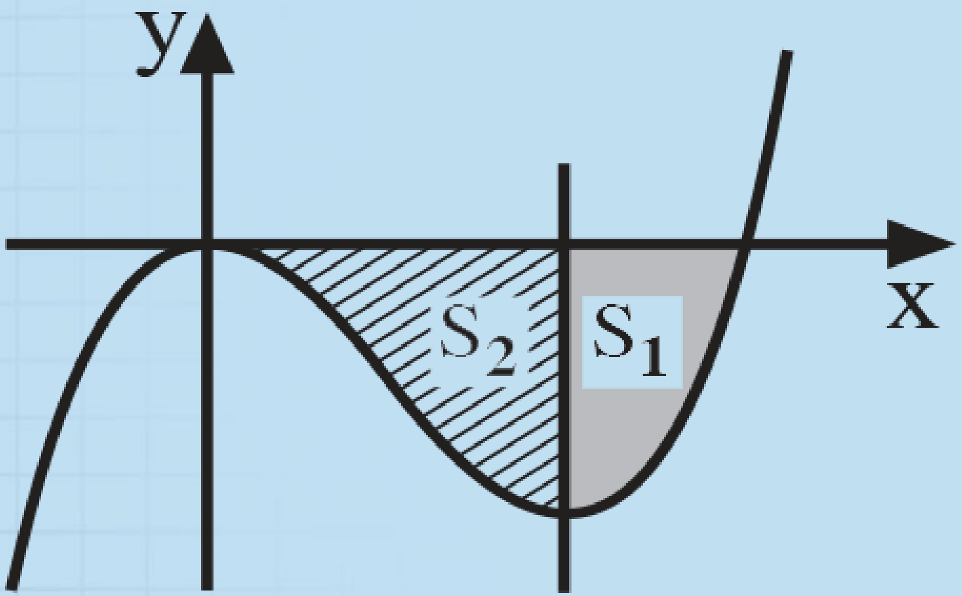
נתון: $y'(2)=0$

$$y=(a+4)x^3+ax^2$$

$$y'=3(a+4)x^2+2ax$$

$$0=3(a+4)\cdot 2^2+2a\cdot 2$$

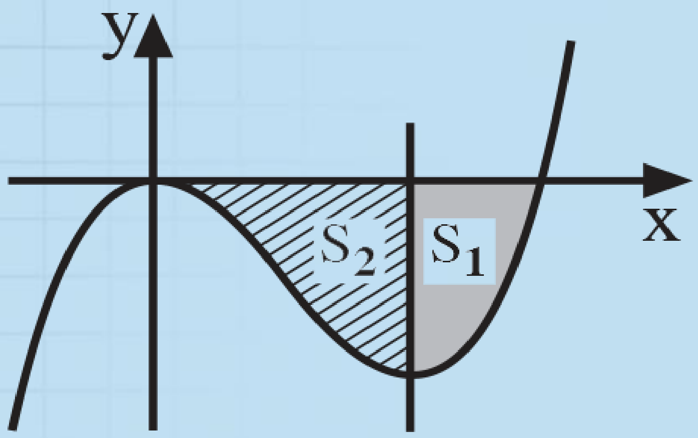
$$12(a+4)+4a=0$$



$$a=-3$$

לפונקציה $y = (a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x = 2$. ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון



<u>סעיף ב':</u>

בשרטוט רואים שיש ל-$f(x)$ שתי נקודות קיצון בלבד:

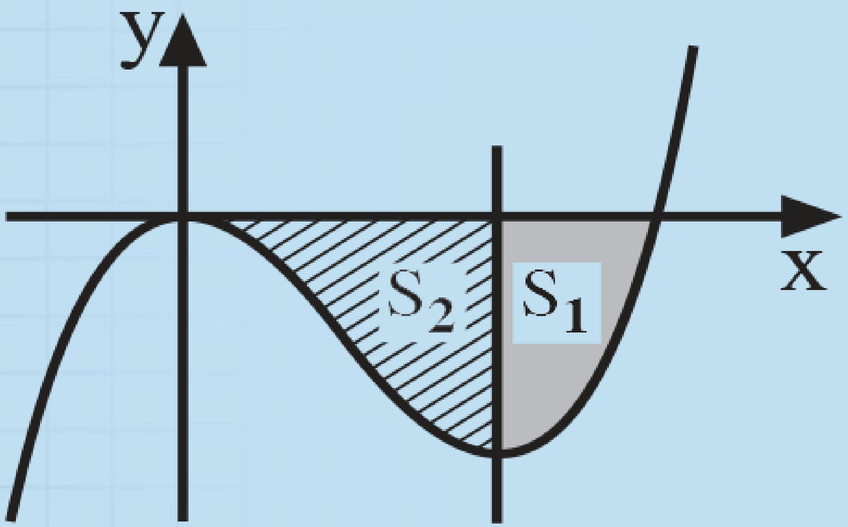
מקסימום כאשר $x = 0$ ונקודת מינימום.

לכן נקודת המינימום מתקבלת כאשר $x = 2$.

לפונקציה $y=(a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x=2$. ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון

נציב $a=-3$ במשוואה של הפונקציה הנתונה.



$$a=-3 \rightarrow \; y=(a+4)x^3+ax^2$$

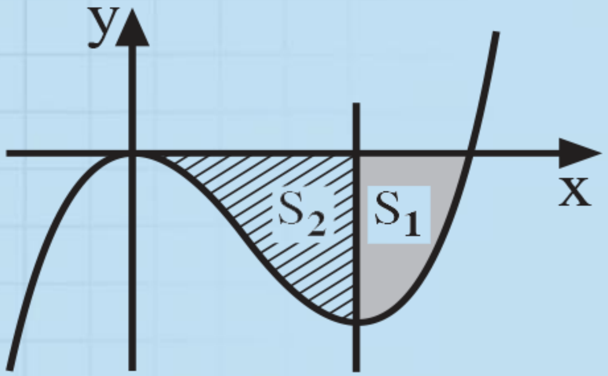
$$y=(-3+4)x^3-3x^2$$

$$y=x^3-3x^2$$

$$S_2=\left|\int_0^2 (x^3-3x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{4}-x^3\right]_0^2\right|$$

לפונקציה $y=(a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x=2$. ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון



$$\left|\left[\frac{x^4}{4}-x^3\right]_0^2\right| = \left|\left(\frac{2^4}{4}-2^3\right)-(0)\right| = |-4| = 4$$

נמצא את השטח S_1.

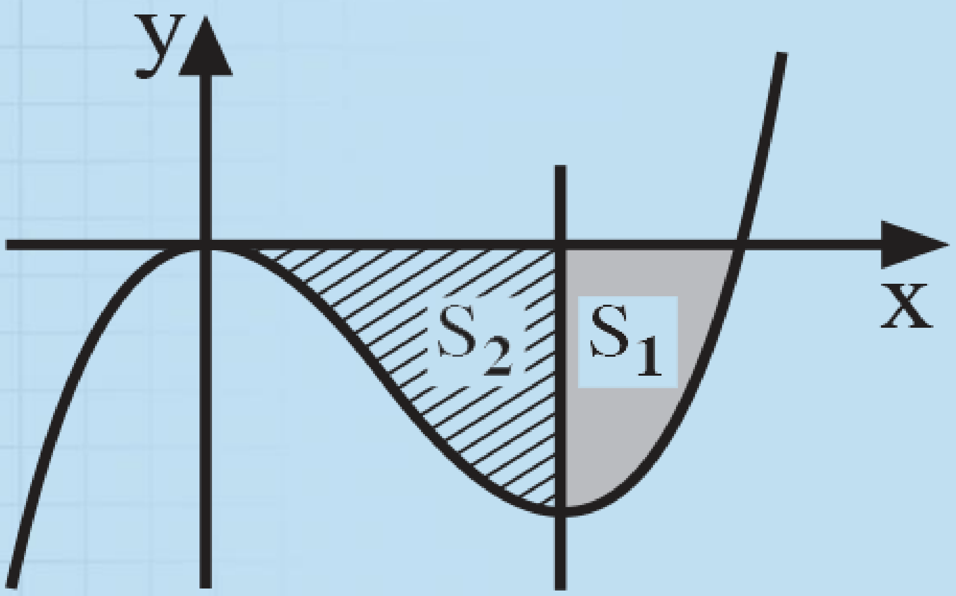
הגבול **הימני** של השטח הוא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

$$y=0 \rightarrow \quad y=x^3-3x^2$$

$$x^3-3x^2=0$$

לפונקציה $y = (a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x = 2$. ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון



$$x^2(x-3)=0$$

$$x=0$$

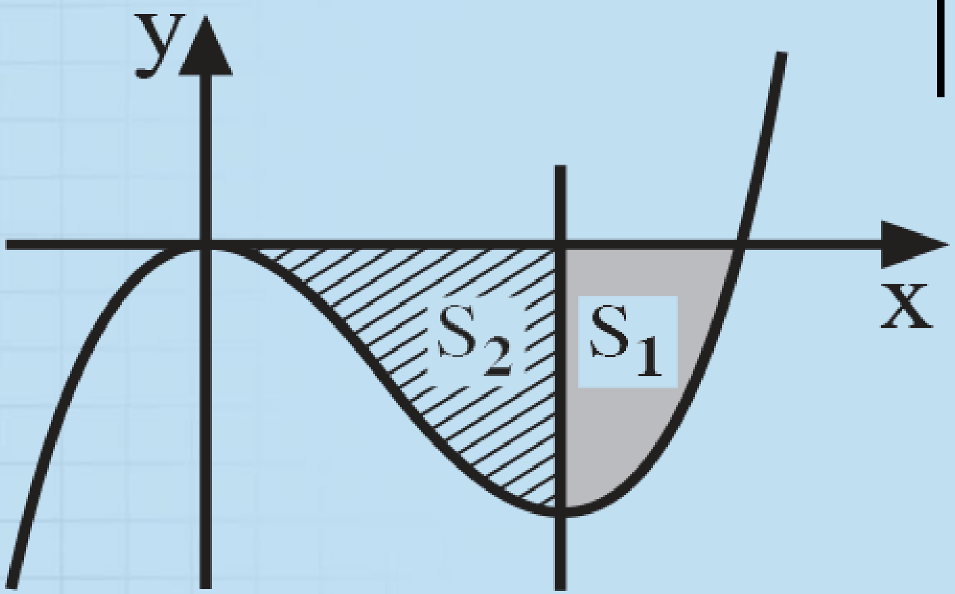
$$x-3=0$$

$$x=3$$

$$S_1=\left|\int_2^3 (x^3-3x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{4}-x^3\right]_2^3\right|$$

לפונקציה $y = (a+4)x^3+ax^2$ יש ערך קיצון בנקודה שבה $x = 2$. ב. דרך נקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר המאונך לציר ה-x. הישר מחלק את השטח שבין גרף הפונקציה וציר ה-x לשני שטחים: S_1 ו-S_2. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון



$$\left|\left[\frac{x^4}{4} - x^3\right]_2^3\right| = \left|\left(\frac{3^4}{4} - 3^3\right) - \left(\frac{2^4}{4} - 2^3\right)\right|$$

$$= \left|-\frac{27}{4} - (-4)\right| = \left|-\frac{11}{4}\right| = \frac{11}{4}$$

נקבל:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{11}{4}}{4} = \frac{11}{16}$$

בהצלחה