פתרון תרגיל

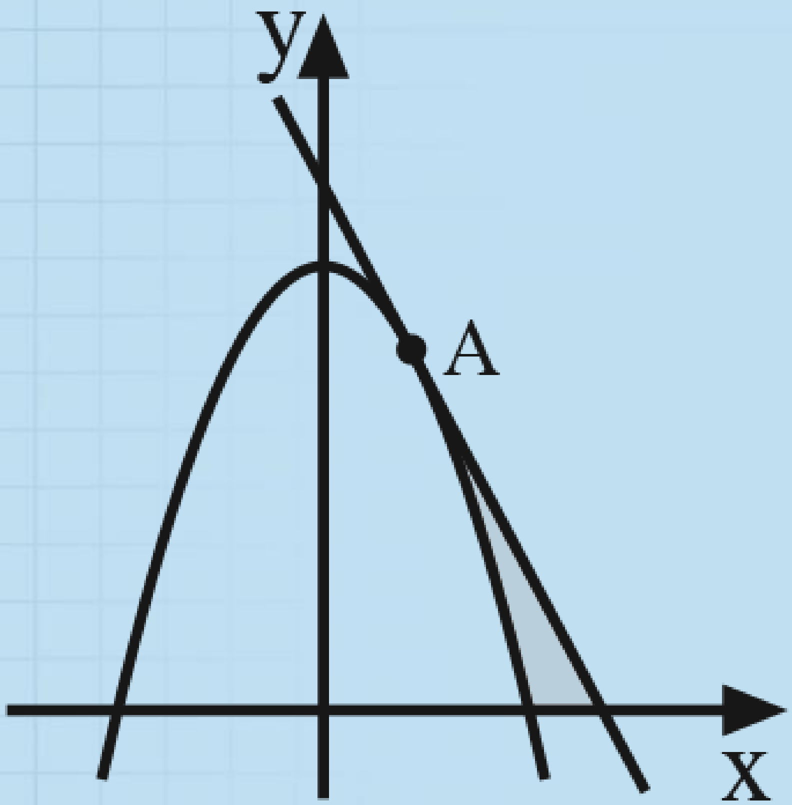
שטחים עם משיק-פולינומים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481 , עמ' 294, ת. 17

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

השאלה



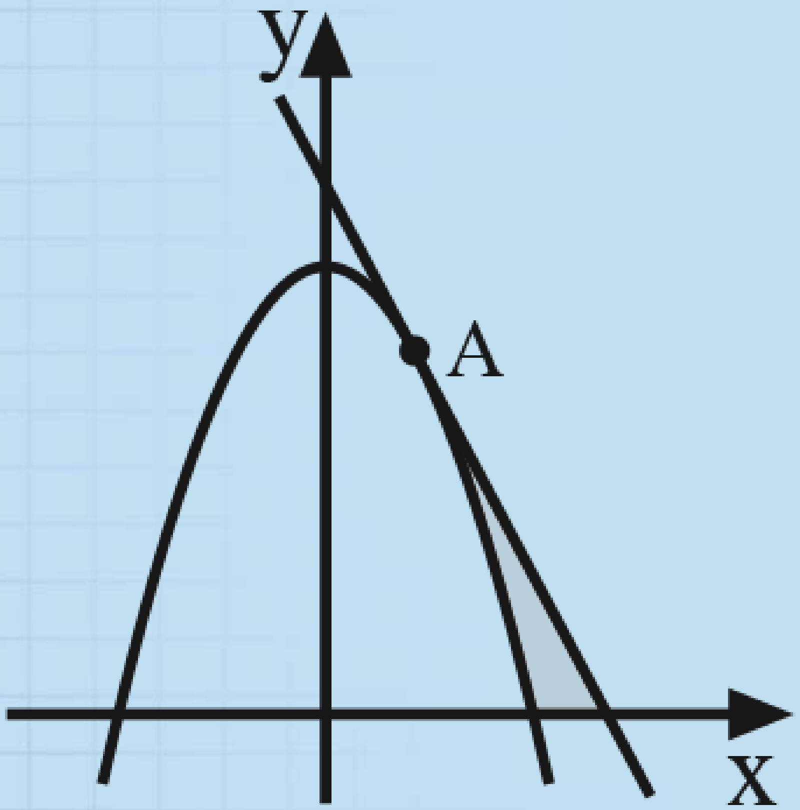
17) לגרף הפונקציה $y = 9-x^2$ העבירו משיק בנקודה A. המשיק מקביל לישר שעובר דרך הנקודות $(3,-4)$ ו-$(-1,4)$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

א. מצא את משוואת המשיק.

פתרון



<u>סעיף א':</u>

<u>שלב 1</u>: מציאת **שיפוע** המשיק.

נשתמש בנוסחה הבאה: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

עבור שתי הנקודות: $(-1,4)$ $(3,-4)$

$$m = \frac{4-(-4)}{-1-3}$$

א. מצא את משוואת המשיק.

פתרון

$$m = \frac{8}{-4}$$

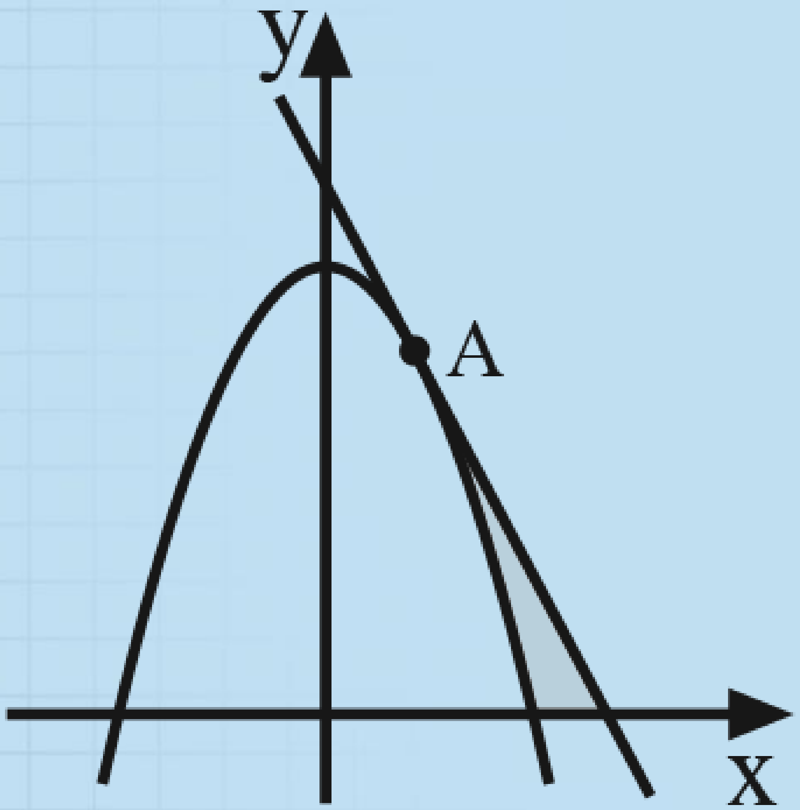
$$m = -2$$

<u>שלב 2</u>: מציאת נקודת ההשקה.

$$y = 9 - x^2$$

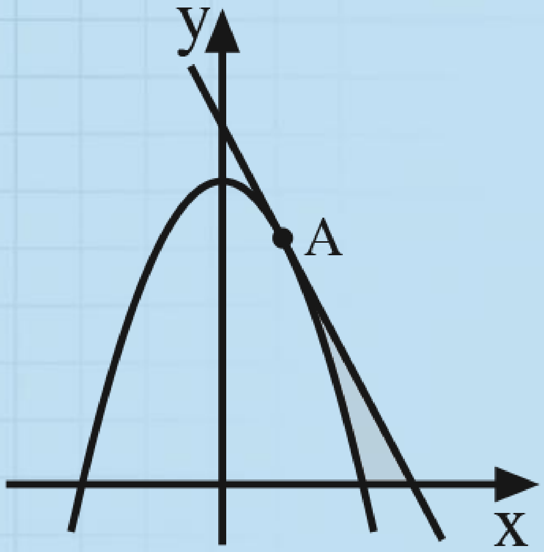
$$y' = -2x$$

$$-2x = -2$$



א. מצא את משוואת המשיק.

פתרון



$$x = 1$$

$$x = 1 \to y = 9 - 1^2 = 8$$

נקודת ההשקה היא: $(1,8)$

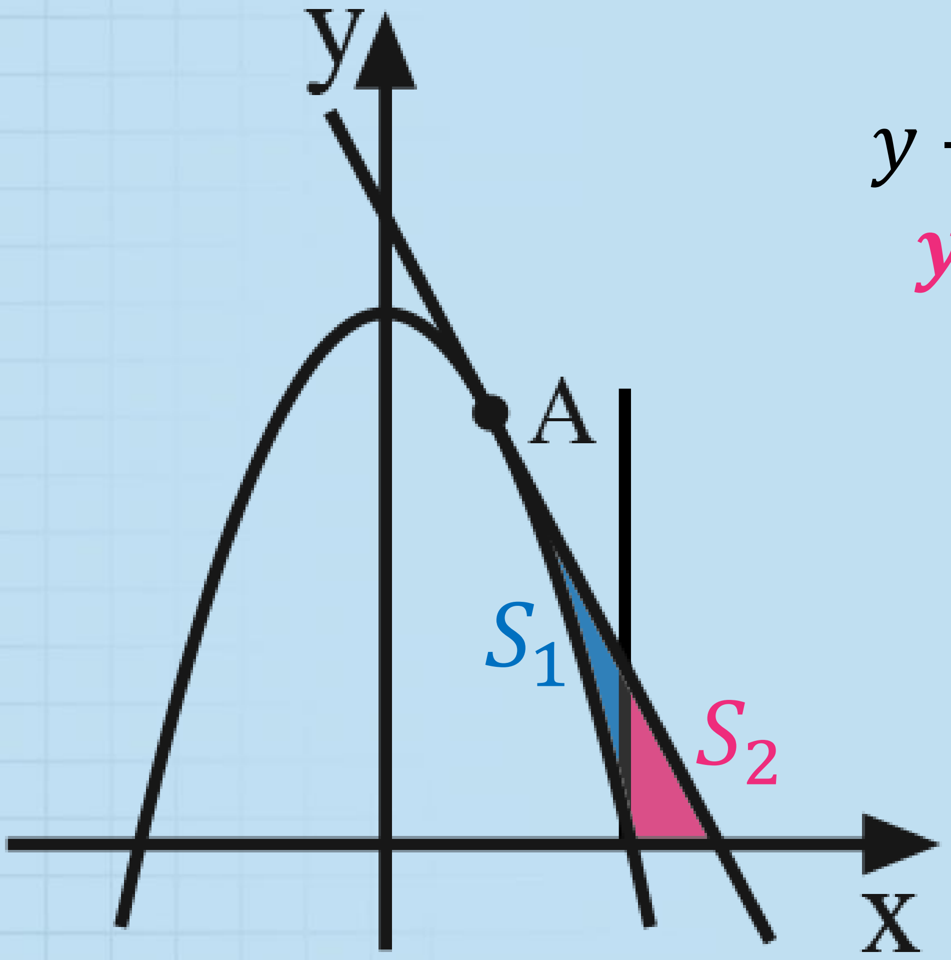
<u>שלב 3:</u> מציאת משוואת המשיק על-פי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$m = -2 \qquad (1,8)$$

$$y - 8 = -2(x - 1)$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



$$y - 8 = -2x + 2$$

$$\boldsymbol{y = -2x + 10}$$

<u>סעיף ב':</u>

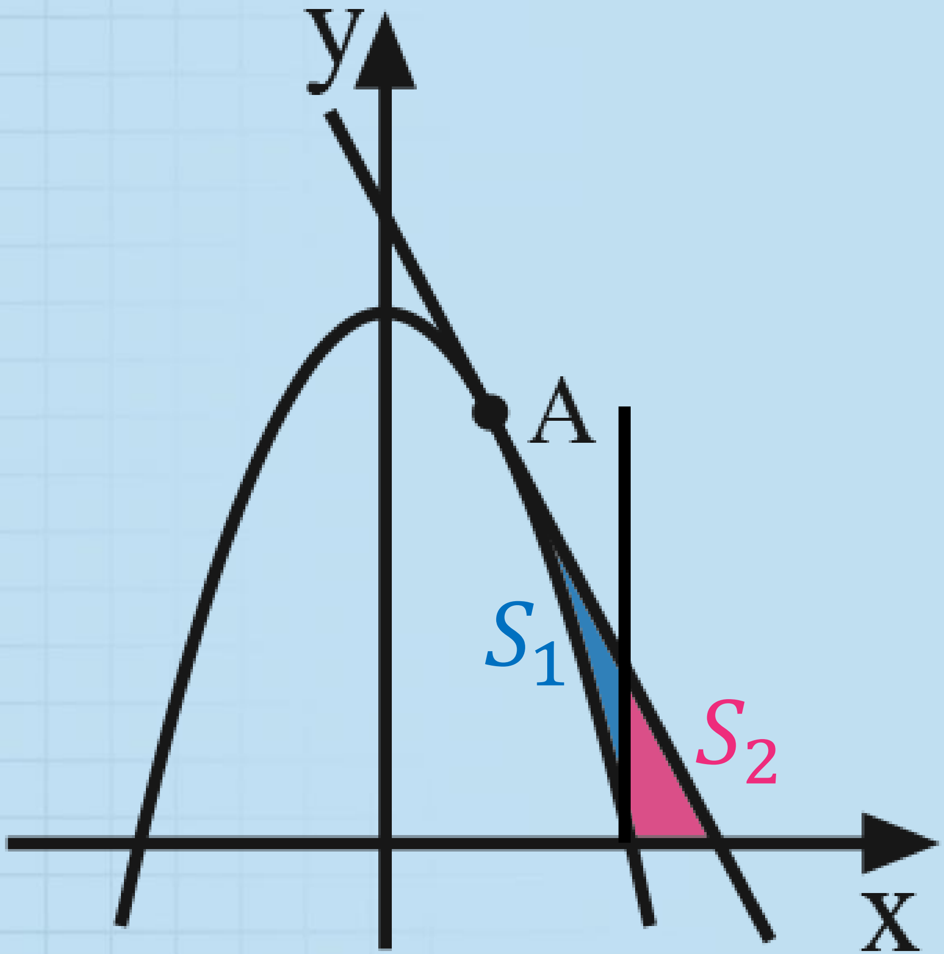
החלק השמאלי של השטח כלוא בין המשיק לבין הפרבולה (S_1)

החלק הימני של השטח נמצא מתחת למשיק (S_2)

נסמן את כל השטח ב-S.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



מציאת השטח S_1:

<u>הגבול השמאלי</u> של השטח הוא $x = 1$.

<u>הגבול הימני</u> של השטח הוא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.

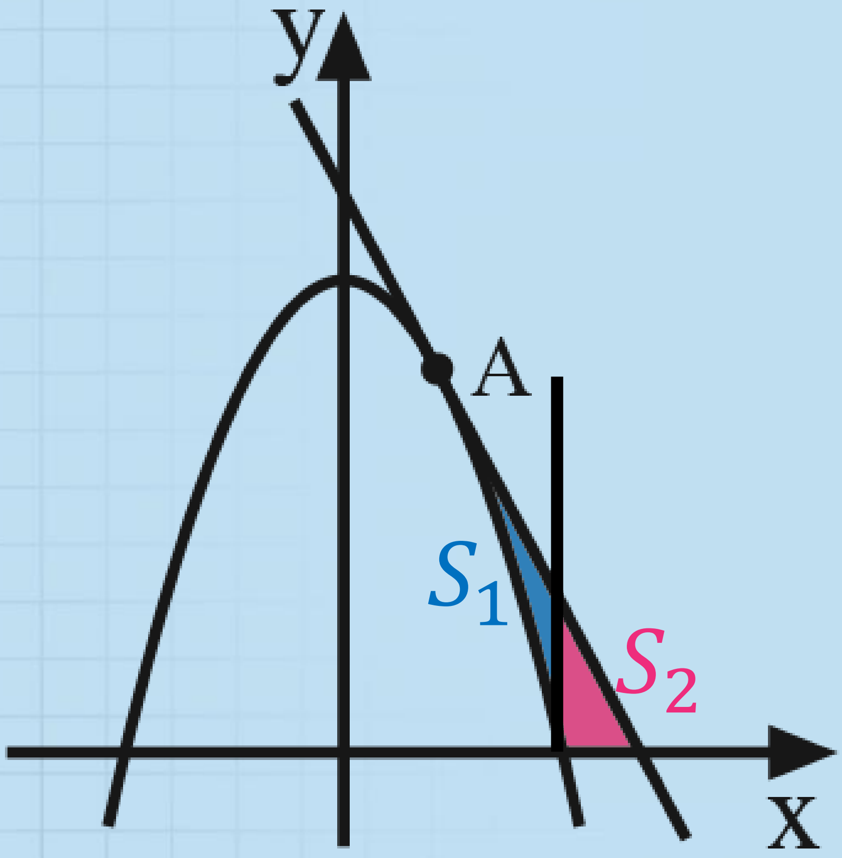
$$9 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$\cancel{x = -3}, \qquad x = 3$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



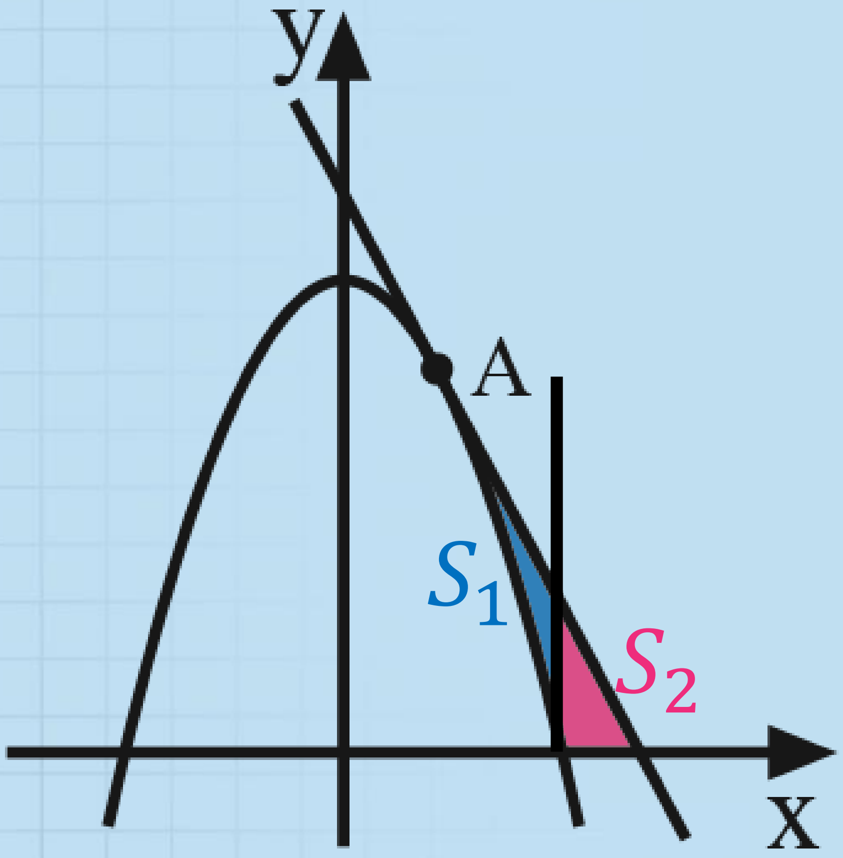
$$S_1 = \int_1^3 [(-2x+10)-(9-x^2)]\,\mathrm{dx}$$

$$= \int_1^3 (-2x+10-9+x^2)\,\mathrm{dx}$$

$$= \int_1^3 (x^2-2x+1)dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right]_1^3$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



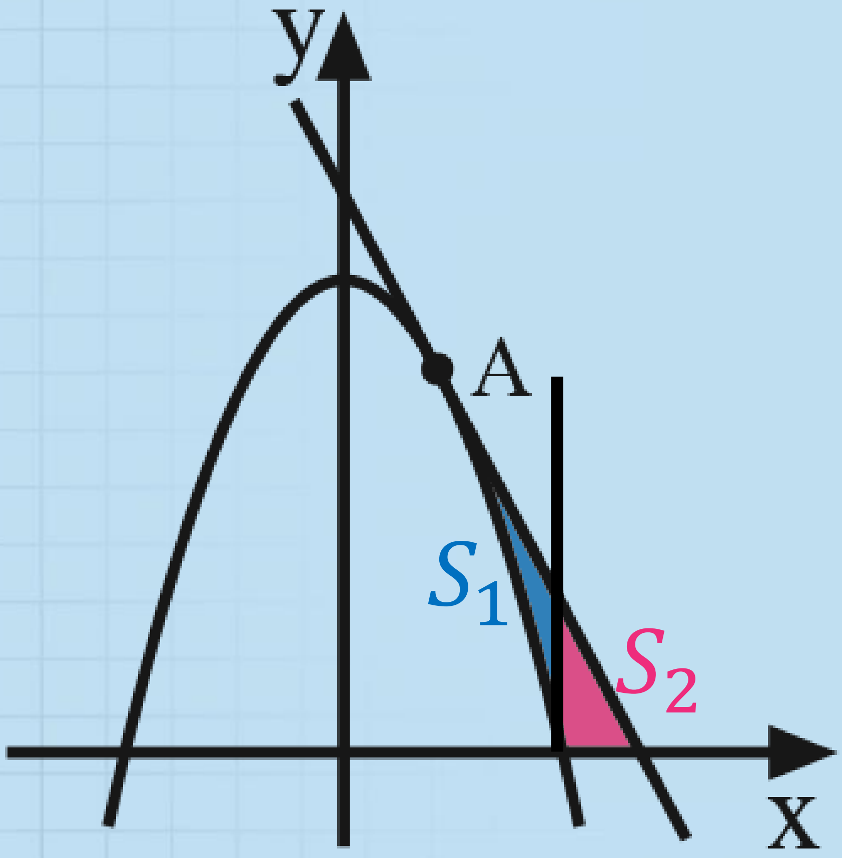
$$= \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right]_1^3$$

$$= \left(\frac{3^3}{3} - 3^2 + 3\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 1^2 + 1\right)$$

$$= 3 - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



מציאת השטח S_2:

<u>הגבול השמאלי</u> של השטח הוא $x = 3$.

<u>הגבול הימני</u> של השטח הוא החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.

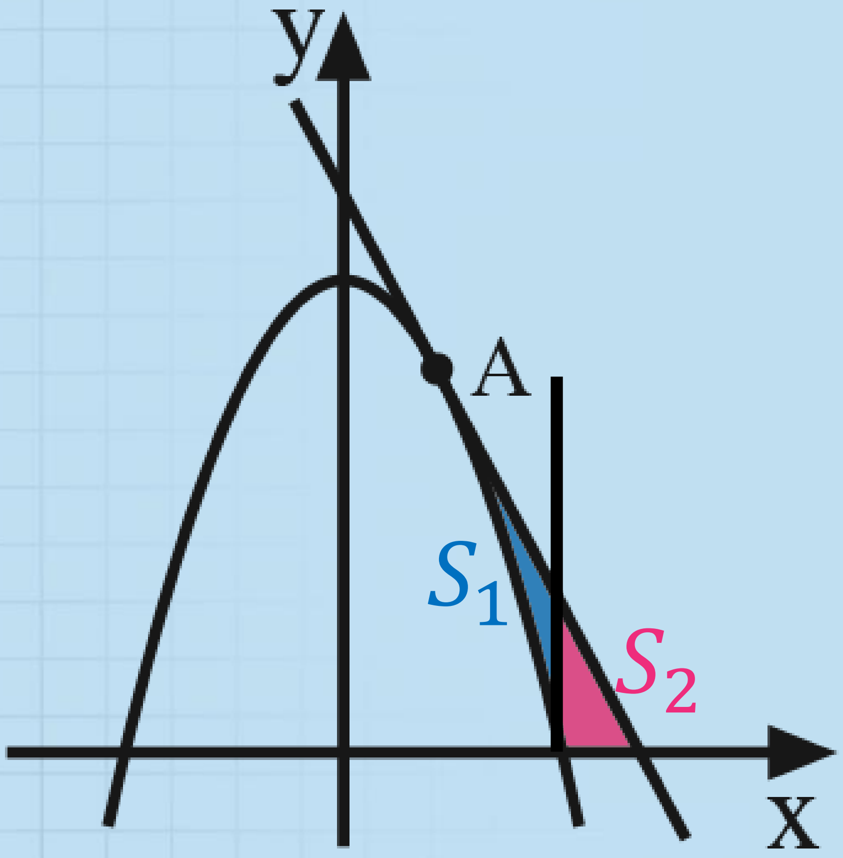
$$-2x + 10 = 0$$

$$x = 5$$

$$S_2 = \int_3^5 (-2x + 10)dx = [-x^2 + 10x]_3^5$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-x.

פתרון



$$= (-5^2 + 10 \cdot 5) - (-3^2 + 10 \cdot 3)$$

$$= 25 - 21 = 4$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 2\frac{2}{3} + 4 = \mathbf{6\frac{2}{3}}$$

בהצלחה