תרגיל לדוגמה

שטחים ללא גרפים – פולינומים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 288 , דוגמה א' + ב'

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

תרגיל לדוגמה

שטחים ללא גרפים - פולינומים

דוגמא א':

חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x) = -x^3+4x$ וציר ה-x.

פתרון:

אין צורך לשרטט את הגרף, מספיק למצוא את שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x. לכן נפתור את המשוואה $-x^3+4x = 0$, מכאן $x(-x^2+4) = 0$ והפתרונות הם $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$. נעבור לחישוב השטח:

$$S = \left|\int_{-2}^{0}(-x^3+4x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{2}(-x^3+4x)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^4}{4}+2x^2\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[-\frac{x^4}{4}+2x^2\right]_{0}^{2}\right| =$$

$$= \left|0-\left(-\frac{16}{4}+2\cdot 4\right)\right| + \left|-\frac{16}{4}+2\cdot 4-0\right| = |-4| + |4| = 8$$

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות $y = x^3$, $y = x$.

פתרון:

נמצא את שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של שתי הפונקציות ע״י השוואת ה-y, נקבל $x^3 = x$. לכן $x^3 - x = 0$ ז״א $x(x^2-1) = 0$. הפתרונות הם $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$. נעבור לחישוב השטח:

$$S = \left|\int_{-1}^{0}(x^3-x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{1}(x^3-x)\,dx\right| = \left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1}\right| =$$

$$= \left|0-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)\right| + \left|\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-0\right| = \left|\frac{1}{4}\right| + \left|-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

בהצלחה