

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

הקנייה

שטח המוגבל ע"י גרף של פונקציה וציר ה-x - פולינומים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

270' עמ', 481

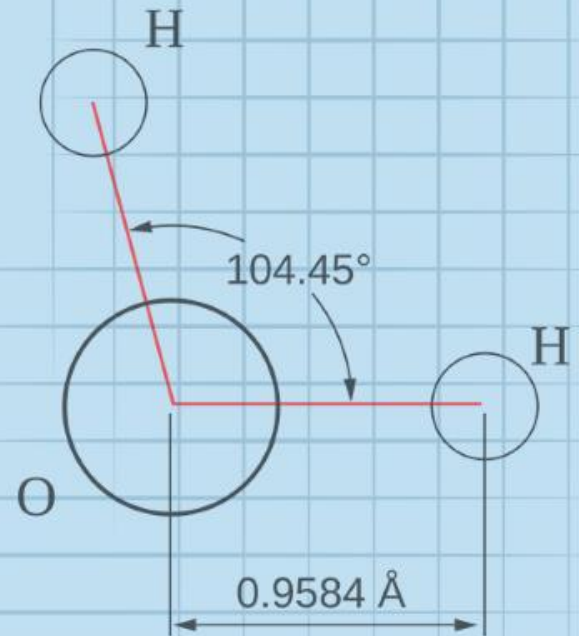
המצגת נערכה ע"י דנה עידן
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全时空}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



הקנייה

שטח המוגבל בין גרף הפונקציה וציר ה- x - פולינומים

שטח מעל ציר ה- x , בין שני ישרים המאונכים לציר ה- x

בסעיף זה נראה שימוש לאינטגרל המסויים של פונקציה והוא חישוב שטח. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$ (שיש לה פונקציה קדומה) והיא מקבלת ערכים אי שליליים בתחום $[a, x]$.

הקנייה

יש לחשב את השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, ציר ה- x ושני

ישרים המקבילים לציר ה- y והעוברים דרך

הנקודות $(a, 0)$ ו- $(x, 0)$. הנקודה a קבועה

והנקודה x יכולה להשתנות. השטח המבוקש תלוי

ב- x לכן נסמנו ב- $S(x)$, כלומר הוא פונקציה של x .

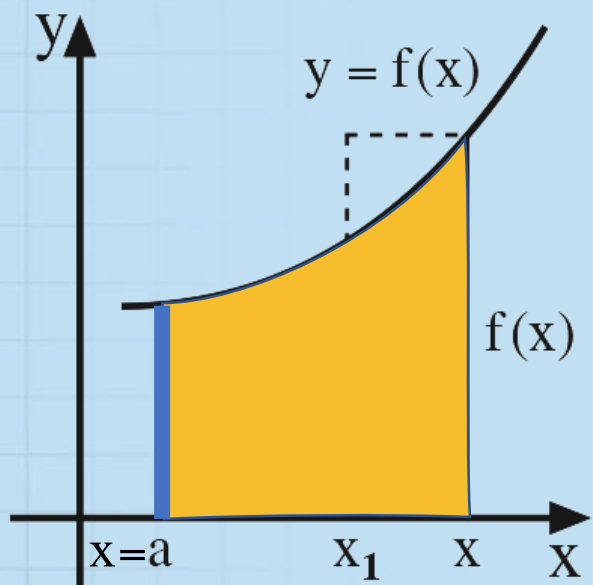
כמו כן ברור שעבור $x = a$ השטח הוא אפס כלומר $S(a) = 0$.

ננסה לחשב את הנגזרת של הפונקציה

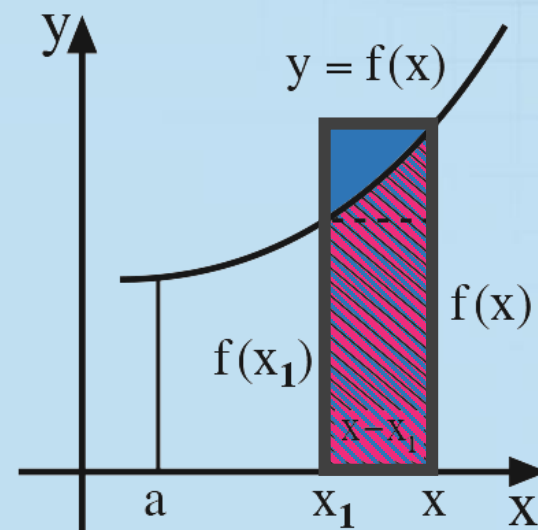
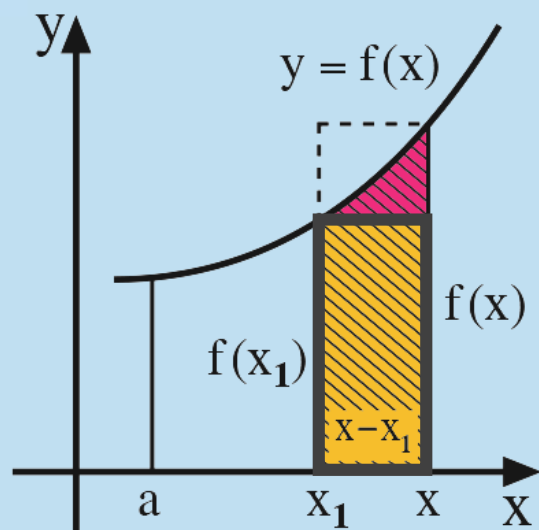
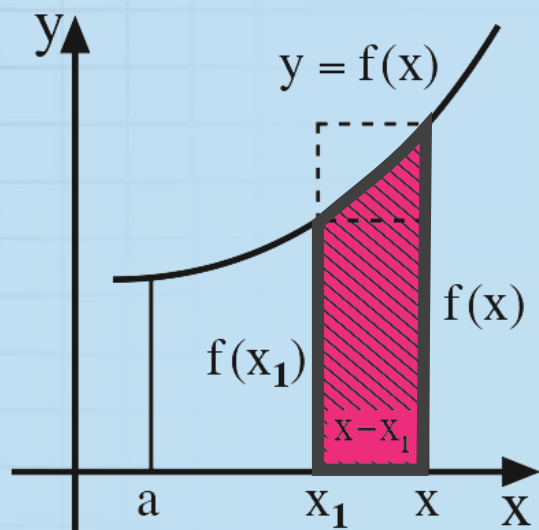
$S(x)$. תהי x_1 נקודה הקרובה ל- x שגם דרכה

עובר ישר המקביל לציר ה- y . נעריך את המנה

$$\frac{S(x) - S(x_1)}{x - x_1}$$



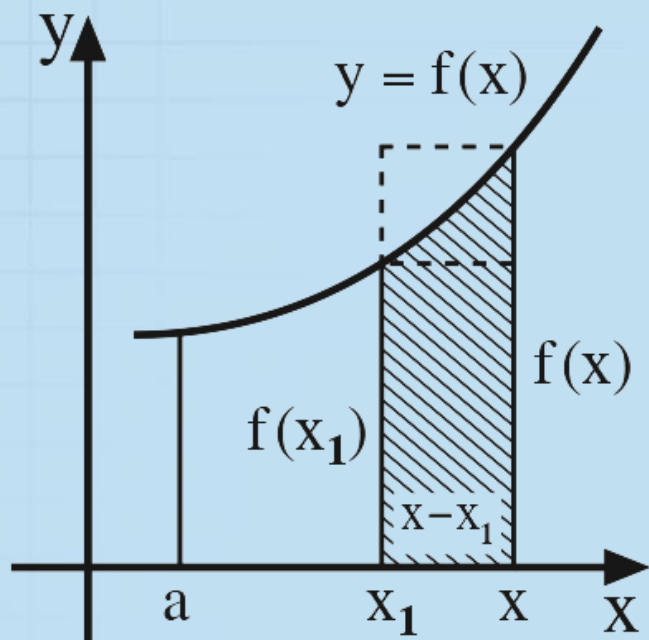
הקנייה



המונה $S(x) - S(x_1)$ הוא למעשה השטח המקווקו. שטח זה גדול משטח המלבן שרוחבו $x - x_1$ וגובהו $f(x_1)$ וקטן משטח המלבן שרוחבו גם הוא $x - x_1$ אבל גובהו $f(x)$. שטח המלבן הקטן הוא $f(x_1) \cdot (x - x_1)$ ושטח המלבן הגדול הוא $f(x) \cdot (x - x_1)$. כלומר קיבלנו $f(x_1) \cdot (x - x_1) \leq S(x) - S(x_1) \leq f(x) \cdot (x - x_1)$. נחלק ב- $x - x_1 > 0$ ונקבל:

$$f(x_1) \leq \frac{S(x) - S(x_1)}{x - x_1} \leq f(x)$$

הקנייה



כאשר x שואף ל- x_1 הביטוי האמצעי הוא למעשה $f(x_1) \leq \frac{S(x) - S(x_1)}{x - x_1} \leq f(x)$

הנגזרת של הפונקציה $S(x)$ בנקודה x_1 כלומר $S'(x_1)$. כמו כן $f(x)$ שואף ל- $f(x_1)$.
לכן נקבל $f(x_1) \leq S'(x_1) \leq f(x_1)$ ז"א $S'(x_1) = f(x_1)$. היתה נקודה כלשהי ולכן
קיבלנו שלכל x , $S'(x) = f(x)$, כלומר נגזרת פונקציית השטח S שווה לפונקציה f .

הקנייה

לסיכום: קיבלנו ש- $S(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$, כדי למצוא אותה יש לחשב את האינטגרל $\int f(x) dx$.

אם נניח ש- $F(x)$ היא פונקציה קדומה אחרת של $f(x)$ אז $S(x) = F(x) + c$. לכן גם $S(a) = F(a) + c$, אבל כאמור $S(a) = 0$ לכן $F(a) + c = 0$ כלומר $c = -F(a)$.

ז"א קיבלנו $S(x) = F(x) - F(a)$ אם $x = b$ ($a < b$) נקבל לשטח: $S = F(b) - F(a)$.

הקנייה

לסיכום נקבל:

חישוב השטח – השטח המוגבל ע"י גרף של פונקציה אי שלילית $f(x)$ (שיש לה פונקציה קדומה), ציר ה- x , והישרים $x = a$ ו- $x = b$ (המאונכים לציר ה- x)

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

שווה לאינטגרל המסויים:

בהצלחה